

TREBALL FI DE GRAU

Grau en Enginyeria mecànica

DISSENY MECÀNIC DE MOTORS ELÈCTRICS



Memòria i Annexos

| | |
|----------------------|----------------------------------|
| Autor: | Adrià Ferrer Altarriba |
| Director: | Ramón Bargalló Perpiñà |
| Convocatòria: | Quadrimestre de tardor 2019-2020 |

Resum

Aquest treball es centra en el disseny, selecció de materials i components sencers, tals com rodaments, i validació de les parts mecàniques d'un motor elèctric. Juntament amb tota l'explicació teòrica s'hi pot trobar un exemple d'un cas real de disseny mecànic d'un motor elèctric.

Com a parts mecàniques d'un motor elèctric s'entenen principalment el dimensionament i selecció de material de l'eix, la selecció de rodaments i/o coixinets i el disseny de la refrigeració, . A més, també s'inclouen altres temes de menor durada però no menys importants com el disseny de la carcassa o el segellat del motor.

L'objectiu és donar unes pautes universals a seguir per a dissenyar les parts anteriorment anomenades, de qualsevol tipus de motor elèctric, que l'adapti al medi en el que treballarà i que s'adapti i optimitzi el funcionament de la part pròpiament elèctrica d'aquest. Al final de tot hi ha un exemple real amb tots els càlculs per acabar d'entendre com posar en pràctica totes les explicacions teòriques.

Resumen

Este trabajo se centra en el diseño, selección de materiales y componentes enteros, tales como rodamientos, y validación de las partes mecánicas de un motor eléctrico. Junto con toda la explicación teórica se puede encontrar un ejemplo de un caso real de diseño mecánico de un motor eléctrico.

Bajo el nombre de partes mecánicas de un motor eléctrico se entienden principalmente el dimensionamiento y selección de materiales del eje, la selección de rodamientos y/o cojinetes y el diseño de la refrigeración. Además también se incluyen temas de menor duración pero no menos importantes como el diseño de la carcasa o el sellado del motor.

El objetivo es dar unas pautas universales a seguir para diseñar las partes anteriormente nombradas, de cualquier tipo de motor eléctrico, que lo adapte al medio en el que trabajará y que se adapte y optimice el funcionamiento de la parte propiamente eléctrica del mismo. Al final del todo encontraremos un ejemplo real de un motor que debe ir acoplado a una bomba hidráulica que extrae agua, con todos los cálculos para acabar de entender como poner en práctica todas las explicaciones teóricas.

Abstract

This end-of-degree project is about the design, materials and full components selection, such as bearings, and validation of the mechanical parts of an electric motor. There's also an example of a real case with all the mechanical design of a real electric motor.

The name of mechanical parts of an electric motor includes mainly the dimensioning and material selection of the shaft, bearings selection and cooling system design. Furthermore it's included shorter but not less important points such as housing design or sealing of the motor.

The main goal is to make a universal guideline for designing all previously mentioned parts of any kind of electric motor, which adapts it to its environment and also adapts it to the electrical part and optimizes its operation. In the end of the project we will find an example of a real motor attached to a hydraulic bomb which extracts water, with all the calculations done for better understanding of all theoretical explanations.



Agraïments

Després de gairebé sis mesos escrivint aquest treball ha arribat el seu punt final, i amb ell el punt final al grau d'enginyeria mecànica. Fer aquest treball de final de grau ha estat una molt bona manera d'acabar aquesta carrera, sobretot pel que he après no només en el marc tècnic, sinó també en el personal.

En primer lloc m'agradaria agrair al tutor del treball, Ramon Bargalló. Va ser ell qui va proposar el tema d'aquest treball, a més d'haver-me donat posteriorment les eines necessàries per realitzar-lo i qui també ha cooperat resolent dubtes i consultes.

I també m'agradaria agrair a la meva família, en especial als meus pares Alba i Arcadi, així com al meu germà Roger, el seu suport i comprensió. I finalment també tenir un record pels meus amics més propers, que en tot moment m'han recolzat i s'han preocupat per mi i pel treball.

Índex

| | |
|--|------------|
| RESUM | I |
| RESUMEN | II |
| ABSTRACT | III |
| AGRAÏMENTS | V |
| 1. PREFACI | 1 |
| 1.1. Motivació | 6 |
| 2. INTRODUCCIÓ | 7 |
| 2.1. Abast del treball | 7 |
| 3. EL MOTOR ELÈCTRIC | 9 |
| 3.1. Com funciona un motor elèctric? | 10 |
| 3.2. Parts d'un motor elèctric | 10 |
| 3.3. Tipus de motors elèctrics | 12 |
| 3.3.1. Corrent continu | 12 |
| 3.3.2. Corrent altern | 12 |
| 4. DISSENY DE LA PART MECÀNICA D'UN MOTOR ELÈCTRIC | 14 |
| 4.1. Eix | 14 |
| 4.1.1. Selecció de material de l'eix | 14 |
| 4.1.2. Càrregues i diàmetre de l'eix | 15 |
| 4.1.3. Flexió de l'eix | 25 |
| 4.1.4. Velocitat crítica de l'eix | 27 |
| 4.1.5. Forces centrífugues | 29 |
| 4.1.6. Oscil·lacions a torsió | 31 |
| 4.1.7. Excentricitat del grup rotor-eix | 31 |
| 4.1.8. Pèrdues per fregament amb l'aire | 35 |
| 4.1.9. Toleràncies, acabats superficials i tractaments tèrmics | 36 |
| 4.2. Segellat del motor | 40 |
| 4.3. Rodaments | 41 |
| 4.3.1. Fluid | 42 |
| 4.3.2. Rodaments de rotació | 44 |
| 4.3.3. Com triar els rodaments? | 46 |
| 4.4. Refrigeració | 49 |

| | | |
|---------------------|--|------------|
| 4.4.1. | Tipus de refrigeració en un motor elèctric..... | 50 |
| 4.4.2. | Determinació de la quantitat de calor a dissipar | 51 |
| 4.4.3. | Conducció | 54 |
| 4.4.4. | Convecció..... | 55 |
| 4.4.5. | Radiació | 58 |
| 4.5. | Carcassa..... | 58 |
| 4.5.1. | Materials i fabricació | 59 |
| 5. | CÀLCUL D'UN CAS REAL | 61 |
| 5.1. | Eix | 62 |
| 5.1.1. | Forces sobre l'eix | 64 |
| 5.1.2. | Resistència de l'eix a esforços màxims i fatiga..... | 69 |
| 5.1.3. | Fletxa de l'eix | 75 |
| 5.1.4. | Velocitat crítica de rotació..... | 82 |
| 5.2. | Rodaments i toleràncies | 84 |
| 5.3. | Carcassa i refrigeració | 86 |
| 5.4. | Segellat | 88 |
| 5.5. | Simulació amb mètode d'elements finits (FEM) | 89 |
| 5.5.1. | Axial pura | 90 |
| 5.5.2. | Flexió i torsió..... | 90 |
| 5.5.3. | Conclusions de l'estudi | 93 |
| 5.6. | Impacte ambiental i pressupost | 93 |
| 5.6.1. | Eix..... | 94 |
| 5.6.2. | Rodaments..... | 94 |
| 5.6.3. | Carcassa | 95 |
| 5.6.4. | Segellat | 95 |
| 5.6.5. | Líquid refrigerant | 95 |
| 5.7. | Resum de costos | 96 |
| CONCLUSIONS | | 97 |
| BIBLIOGRAFIA | | 99 |
| ANNEX A | | 101 |
| ANNEX B | | 105 |
| ANNEX C | | 110 |
| ANNEX D | | 113 |

Llistat d'il·lustracions

| | |
|--|----|
| Il·lustració 1 Gràfic parell-rpm d'un cotxe elèctric. Font: pròpia | 9 |
| Il·lustració 2 Parts d'un motor elèctric. Font: treball-funcionament-motor-electric.blogspot.com | 11 |
| Il·lustració 3 Motor elèctric de CC. Font: RS Components | 12 |
| Il·lustració 4 Esquema d'una força que provoca flexió. Font: pròpia | 16 |
| Il·lustració 5 Esquema de forces de torsió. Font: pròpia | 17 |
| Il·lustració 6 Esquema de forces axials. Font: pròpia | 17 |
| Il·lustració 7 Diagrama de Wöhler. Font: pròpia | 20 |
| Il·lustració 8 Diagrama de Söderberg. Font: Mecapedia.uji.es | 22 |
| Il·lustració 9 Candidates a secció crítica d'un eix. Font: pròpia | 25 |
| Il·lustració 10 Esquema per trobar la fletxa de l'eix. Font: pròpia. | 26 |
| Il·lustració 11 Força centrífuga vs força centrípeta. Font: ladiferencia.info | 29 |
| Il·lustració 12 Tipus d'excentricitats en un motor elèctric. Font: Mechanical design of electrical motors by Wei Tong. | 32 |
| Il·lustració 13 Exemple de distribució de les forces magnètiques en cas d'un eix descentrat. Font: Kollmorgen.com | 33 |
| Il·lustració 14 Dibuix del tipus d'excentricitat més habitual. Font: Mechanical design of electric motors by Wei Tong | 34 |
| Il·lustració 15 Exemple d'un eix amb tots els seus canvis de secció. Font: pròpia | 37 |
| Il·lustració 16 Taula de toleràncies. Font: Assignatura fabricació EEBE | 38 |
| Il·lustració 17 Juntres tòriques. Font: Iberobotics.com | 40 |
| Il·lustració 18 Rodament d'aire. Font: amazon.com | 42 |
| Il·lustració 19 Rodaments de fluid líquid. Font: machinerylubrication.com | 43 |

| | |
|--|----|
| Il·lustració 20 Rodament de boles. Font: rs-online.es | 44 |
| Il·lustració 21 Rodament de boles de doble fila. Font: fersa.com | 45 |
| Il·lustració 22 Rodament de cilindres. Font: comserprorodamientos.com | 45 |
| Il·lustració 23 Gradients de temperatura d'un motor elèctric. Font: web.altair.com | 49 |
| Il·lustració 24 Exemple de ventilador de motor elèctric. Font: indiamart.com | 51 |
| Il·lustració 25 Esquema de la histèresi. Font: Viquipèdia | 53 |
| Il·lustració 26 Carcassa amb i sense aletes. Font: pròpia | 56 |
| Il·lustració 27 Conductivitat tèrmica de l'aire. Font: Engineeringtoolbox.com | 57 |
| Il·lustració 28 Taula amb les principals propietats dels líquids refrigerants més comuns. Font: engineeringtoolbox.com | 58 |
| Il·lustració 29 Exemple de carcassa. Font: spanish.alibaba.com | 59 |
| Il·lustració 30 Parts del motor del cas real. Font: Sacipumps.com | 61 |
| Il·lustració 31 Nom de les parts del motor elèctric. Font: Sacipumps.com | 62 |
| Il·lustració 32 Longitud dels trams de l'eix. Font: pròpia | 63 |
| Il·lustració 33 Diàmetres de l'eix. Font: pròpia | 63 |
| Il·lustració 34 Secció del rotor. Font: sacipumps.com | 64 |
| Il·lustració 35 Posició dels elements acoblats a l'eix. Font: pròpia | 65 |
| Il·lustració 36 Esquema de forces sobre l'eix. Font: pròpia | 66 |
| Il·lustració 37 Diagrama d'esforç tallant. Font: pròpia | 66 |
| Il·lustració 38 Diagrama de moment flector. Font: pròpia | 67 |
| Il·lustració 39 Diagrama d'esforç axial en posició horitzontal. Font: pròpia | 67 |
| Il·lustració 40 Diagrama de moment torçor. Font: pròpia | 68 |
| Il·lustració 41 Diagrama d'esforç axial en posició vertical. Font: pròpia | 68 |

| | |
|--|----|
| Il·lustració 42 Distribució dels trams de l'eix. Font: pròpia | 70 |
| Il·lustració 44 Dibuix de la simplificació de forces per buscar la fletxa. Font: pròpia | 76 |
| Il·lustració 45 Diagrama de moment flector amb la força de 60 N. Font: pròpia | 77 |
| Il·lustració 46 Diagrama de moment flector sense la força de 60 N. Font: pròpia | 77 |
| Il·lustració 47 Nou diagrama de forces sense la de 60 N. Font: pròpia | 78 |
| Il·lustració 48 Gràfic de la fletxa pel mètode de la doble integració. Font: pròpia | 79 |
| Il·lustració 49 Càlcul de la fletxa per promptuari. Font: Prontuario básico de estructuras simples | 80 |
| Il·lustració 50 Fletxa calculada amb les fórmules del promptuari. Font: pròpia | 81 |
| Il·lustració 51 Resultats de la fletxa amb el software. Font: engineersedge.com | 82 |
| Il·lustració 53 Disposició de rodaments en tàndem. Font: SKF.com | 84 |
| Il·lustració 54 Rodaments axials de diàmetre interior 35 mm. Font: SKF.com | 85 |
| Il·lustració 55 Punts d'extracció de calor del motor. Font: sacipumps.com | 88 |
| Il·lustració 56. Esquema de posició dels elements de segellat. Font: pròpia | 89 |
| Il·lustració 57 Salva-sorra. Font: sacipumps.com | 89 |
| Il·lustració 58 Membrana de pressió. Font: sacipumps.com | 89 |
| Il·lustració 59 Imatge del resultat de tensions amb força axial pura. Font: pròpia | 90 |
| Il·lustració 60 Resultats de les tensions amb flexió pura. Font: pròpia | 90 |
| Il·lustració 61 Resultats de les tensions amb càrrega de torsió pura. Font: pròpia | 91 |
| Il·lustració 62 Resultat de les tensions amb combinació de càrregues de flexió i torsió | 91 |
| Il·lustració 63 Fletxa màxima amb la combinació de càrregues de flexió i torsió. Font: pròpia | 92 |
| Il·lustració 64 Resultats de la fletxa amb l'eix simplificat amb totes les càrregues. Font: pròpia | 92 |
| Il·lustració 65 Resultats de la fletxa amb l'eix i les càrregues simplificades. Font: pròpia | 93 |

| | |
|---|-----|
| Il·lustració 66 Taula de costos per al torn. Font: E-Tech racing | 101 |
| Il·lustració 67 Taula de costos per a la fresadora. Font: E-Tech Racing | 102 |
| Il·lustració 68 Taula de costos per al doblegat de xapa. Font: E-Tech Racing | 103 |
| Il·lustració 69 Taula de costos per a l'acoblament manual de peces. Font: E-Tech Racing | 103 |
| Il·lustració 70 Taula de costos per a omplir líquids. Font: E-Tech Racing | 104 |
| Il·lustració 71 Gràfic per trobar el factor de canvi de secció amb esforços axials. Font: assignatura DIMA EEBE | 110 |
| Il·lustració 72 Gràfic per trobar el factor de canvi de secció a torsió. Font: assignatura DIMA EEBE | 111 |
| Il·lustració 73 Gràfic per trobar el factor de canvi de secció a torsió. Font: assignatura DIMA EEBE | 111 |

Llistat de taules

| | |
|---|----|
| Taula 1 Materials més comuns en un eix. Font: pròpia | 15 |
| Taula 2 Valors de la constant k de diverses substàncies. Font: pròpia | 55 |
| Taula 3 Tensions a cada punt candidat a secció crítica. Font: pròpia | 72 |
| Taula 4 Dades per trobar la velocitat crítica. Font: pròpia | 83 |
| Taula 5 Pressupostos. Font: pròpia | 96 |

Prefaci

1.1. Motivació

El motor elèctric és un dels invents més importants de la història de la humanitat, una màquina que converteix l'electricitat en energia mecànica amb una infinitat d'aplicacions. La seva patent no està gaire clara, però la majoria de vegades s'atribueix la patent del motor de corrent altern a l'enginyer Nikola Tesla.

La gran importància del motor elèctric és fàcilment palpable en el dia a dia, ja que ens trobem envoltats per multituds d'ells: la batedora, el ventilador de l'ordinador o la funció de vibració del mòbil són alguns exemples d'aplicacions d'aquests motors. A més de que la mobilitat del futur es preveu que sigui gairebé al 100% amb motors elèctrics, deixant cada cop més de banda els combustibles fòssils.

I un invent d'aquesta magnitud òbviament té al seu darrera infinitat de treballs, investigacions i estudis relacionats amb ell, i aquest treball vol ser-ne un més, aportar el seu granet de sorra a ajudar a entendre aquest aparell. I aquest treball també vol recordar que un motor elèctric, encara que contingui la paraula "elèctric", també té molta mecànica, i que és clau dissenyar-la correctament per a que el conjunt funcioni i es creï una bona harmonia entre les parts elèctrica i mecànica del motor.

Personalment, i tornant a l'anteriorment esmentada mobilitat elèctrica, des de fa uns anys que em fascinen els vehicles elèctrics, especialment els cotxes. Com en els últims anys han anat millorant en prestacions, en autonomia de la bateria, en seguretat... encara que sigui a passos lents, la tendència de canvi cap al cotxe elèctric és cada dia més forta. I està demostrada amb fets com que el passat mes de setembre de 2019, l'onzè cotxe més venut a Europa comptant tots els combustibles va ser un cotxe elèctric, concretament el Tesla Model 3. A part dels cotxes també trobem bicicletes i motos elèctriques actualment, i s'està començant amb els camions.

Tot plegat és una prova més que el motor elèctric ha estat, és i serà un invent importantíssim per la humanitat, i que val la pena seguir-lo investigant i millorant per al futur. I un tema així és realment atractiu per realitzar-ne un treball, i aquesta mescla de gust per la mobilitat elèctrica i ganes d'explorar més el món del motor elèctric és el que han desembocat en aquest treball.

Introducció

Els motors elèctrics, aquests aparells dels que tant es parla avui en dia sobretot pel que fa a cotxes, tant elèctrics com híbrids, patinets, bicicletes... Però els usos d'un motor elèctric s'estenen molt més enllà que els cotxes i altres mitjans de transport. Trobem motors elèctrics en moltes de les activitats quotidianes, per exemple en la batedora, en el raspall de dents elèctric, la màquina d'afaitar, la porta del garatge que s'obre automàticament... I com que el seu ús està tant estès i hi ha una tan gran quantitat d'aplicacions he pensat que fer un treball sobre un objecte tan necessari i camaleònic seria molt interessant. Però no en la part elèctrica del motor, sinó en la mecànica. Perquè un motor elèctric és un punt de trobament entre electricitat i mecànica, i descobrir aquesta part mecànica crec que és un tema realment interessant.

1.2. Abast del treball

L'abast d'aquest treball serà, com ja s'ha dit anteriorment, només de la part mecànica d'un motor elèctric. Què inclou aquestes parts mecàniques, quina interacció hi ha entre la part elèctrica i la mecànica, com es dissenyen els diferents elements que formen aquesta segona part i finalment trobem un exemple d'un cas real de disseny.

És a dir que aquest treball no dissenya res de la part pròpiament elèctrica del motor, el que seria bàsicament l'estator i el rotor. Òbviament que aquestes s'anomenen més d'una vegada al llarg de l'escrit, perquè és lògic que s'han de tenir en compte. El treball parteix quan aquesta part elèctrica ha estat acabada de dissenyar, que ja se saben les mides d'estator i rotor, la potència del motor i el règim de voltes. I a partir d'aquestes dades principalment és quan es comença la part mecànica.

El motor elèctric

Un motor elèctric és una màquina que transforma l'energia elèctrica en energia mecànica de rotació en un eix, o a la inversa, transformant energia mecànica en elèctrica fent la funció de generador. Les dues parts bàsiques que el formen són l'estator i el rotor.

Un dels seus grans avantatges respecte els motors de combustió rau en el seu rendiment, que és del 75 % com a mínim, augmentant a mesura que s'augmenta la potència. Això contrasta amb els rendiments al voltant del 32% de motors de combustió interna. Un altre avantatge del motor elèctric és la seva infinitat d'usos, i conseqüentment la seva gran capacitat d'adaptació. Es poden fer motors elèctrics de totes mides i potències, el límit el marca el voltatge que es pugui aconseguir. I la seva tercera característica principal és que donen parell màxim des del moment 0. És a dir, només començar a girar ja donarà el màxim parell, a diferència d'un motor de combustió, que ha d'estar girant com a mínim a unes 600 rpm per donar un mínim valor de parell.



Il·lustració 1 Gràfic parell-rpm d'un cotxe elèctric. Font: pròpia

Aquest fet de que doni parell màxim des del moment 0 ho podem veure en aquest gràfic, on en l'eix vertical hi trobem el parell total i a l'horitzontal les rpm d'un vehicle elèctric, concretament d'un Mercedes-Benz EQC 400.

I per últim, el gran avantatge i el que més es valora en temps de crisi climàtica com els actuals és que no emet partícules contaminants al medi. Les seves emissions depenen de la font d'on s'obtingui l'electricitat, i si aquesta s'obté a partir de fonts renovables és una energia neta.

1.3. Com funciona un motor elèctric?

El seu funcionament es basa en dos principis fonamentals. El primer és una de les lleis del magnetisme, bàsica i present en la vida quotidiana: pols oposats s'atrauen i pols iguals es repelen. I l'altra és un fet descobert pel científic danès Hans Christian Oersted, que va descobrir que si es fa passar corrent per un fil conductor, aquest crea un camp magnètic al seu voltant. És a dir, es pot produir un camp magnètic a partir d'un corrent elèctric.

Si aquest camp magnètic creat en el fil aconseguim que tingui la mateixa polaritat que un imant proper es repel·liran, i ancorat correctament en un eix farà que un dels dos giri. L'expressió que mesura la força amb que girarà (i consegüentment la velocitat angular amb què ho farà) és $F = I \cdot L \cdot B \cdot \sin \alpha$, on:

F : força resultant de la interacció (N)

I: intensitat del corrent (A)

L: llargada del fil per on circula el corrent elèctric (m)

B: magnitud del camp magnètic creat per l'imant (T)

$\sin \alpha$: angle entre la direcció del corrent i la del camp magnètic

Una altra de les conclusions extretes a partir del descobriment d'Oersted és que es pot crear corrent en un fil si aquest es fa moure correctament en el si d'un camp magnètic.

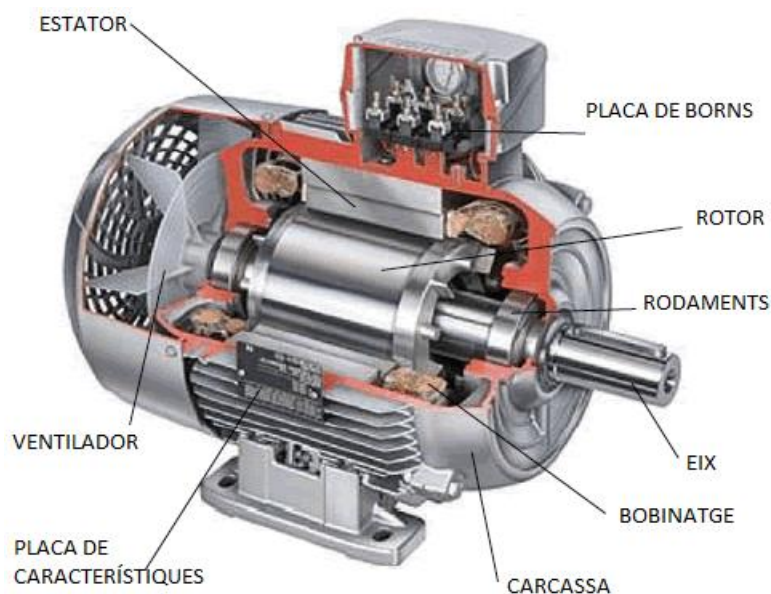
1.4. Parts d'un motor elèctric

De motors elèctrics n'hi ha de molts tipus, de corrent continu, altern monofàsic, altern trifàsic... Que ja comentarem més endavant com és cadascun. Això vol dir que les parts que el formen canvien

segons el tipus del que estiguem parlant. Però tot i així tots tenen unes parts bàsiques ben diferenciades.

Com ja s'ha comentat amb anterioritat, les dues parts principals d'un motor elèctric són el rotor i l'estator. El rotor és la part que gira, que va unit a un eix que és el que permet aprofitar l'energia mecànica produïda. Està compost de bobines de fil conductor, d'imants o d'ambdues coses, segons el tipus d'interacció entre els camps magnètics que es desitgi amb l'altra part principal, l'estator. Aquest es situa al voltant del rotor, i hi trobem una capa d'aire entre tots dos, l'anomenat *air gap*. En l'estator hi trobem la mateixa eventualitat que en el rotor, pot estar format per bobines de fil conductor, per imants o per ambdues coses, depenent del tipus d'interacció que es busqui amb la seva altra mitja taronja, el rotor.

Tractant-se d'una màquina que té un eix que rota sobre si mateix, una altra de les parts que no falta en cap motor elèctric són els rodaments. Dues anelles amb una cadena de boles entremig (els de boles són els més habituals, però en podem trobar de molts altres tipus, com de corrons cilíndrics, corrons cònics...) que permeten que una anella pugui girar lliurement mantenint fixa l'altra. Són una part bàsica en qualsevol màquina amb un eix que roti sobre si mateix, ja que són la frontera entre les parts fixes i mòbils de la màquina.



Il·lustració 2 Parts d'un motor elèctric. Font: treball-funcionament-motor-electric.blogspot.com

Una altra part que podem trobar en qualsevol motor elèctric és una carcassa que envolta l'estator i que evita que entri qualsevol substància no desitjada cap a l'espai del rotor. Normalment són de materials no magnètics, per defugir d'interaccions no desitjades amb el rotor o l'estator.

I finalment un element que no pot faltar en cap motor elèctric és un disseny de refrigeració adequat. No és un objecte concret en si, ja que forma part del disseny i unió de les diferents parts, però és totalment necessària per correcte funcionament de la màquina.

1.5. Tipus de motors elèctrics

Principalment es poden dividir en dos grups: els de corrent continu i els de corrent altern. Al mateix temps, aquests segons es poden subdividir en síncrons i asíncrons.

1.5.1. Corrent continu

Són els més bàsics de tots. Normalment estan formats per un nucli de ferro amb una bobina enrotllada al seu voltant (rotor) i un imant formant l'estator. Al ser corrent continu, que només circula en una direcció, cal estar invertint constantment el sentit d'aquest dins de la bobina per a que giri. I aquí és on trobem el seu principal inconvenient. Per estar invertint el corrent cada 180° de gir del rotor són necessàries unes delgues en contacte amb unes escombretes, i el desgast provinent del fregament d'aquest contacte és bastant car i laboriós de mantenir.



Il·lustració 3 Motor elèctric de CC. Font: RS Components

1.5.2. Corrent altern

1.5.2.1. Asíncrons o d'inducció

Consta de bobines trifàsiques inductores a l'estator, desfasades 120° entre sí. El rotor pot ser de gàbia d'esquirol o bobinat. Es diu asíncron perquè la velocitat de gir del rotor i la del camp magnètic estan desfasades, girant el rotor sempre de manera més retardada. És aquesta diferència de gir la que fa que el rotor produeixi parell. Entre els seus avantatges hi trobem un cost de producció baix,

alta fiabilitat, baixes vibracions i necessitat baixa de manteniment. El seu principal desavantatge radica en l'arrancada, la qual dona poc parell i es produeix una sobrecàrrega important al motor. Aquesta sobrecàrrega no sol afectar al motor, ja que estan dissenyats per suportar-la sobradament, però sí a alguns components electrònics que hi pugui haver.

1.5.2.2. Síncrons o d'imants permanents

Es diuen així perquè la velocitat de gir del rotor i la del camp magnètic coincideixen, i totes dues depenen de la freqüència de la xarxa. El rotor es un imant, d'aquí el nom d'imant permanent, i sempre segueix el camp magnètic. Això permet un millor control de la velocitat de gir amb un variador de freqüència connectat, però per altra banda el seu cost és major que un d'inducció.

Disseny de la part mecànica d'un motor elèctric

El dimensionament mecànic d'un motor elèctric no és gaire diferent al de qualsevol altra màquina, la realitat és que la mecànica és la mateixa. La part a tenir en compte especialment és la interacció amb la part elèctrica. Aquest dimensionament mecànic inclou l'eix i la carcassa, els rodaments, el segellat i la refrigeració.

1.6. Eix

L'eix és la part que va acoblada al rotor i que gira solidàriament amb aquest. El rotor és el que interacciona magnèticament amb l'estator i que a l'anar unit amb l'eix fa que aquest giri i transmeti aquest moviment de rotació fins a la sortida del motor, fent possible l'aprofitament d'aquesta energia mecànica per part d'un element extern.

1.6.1. Selecció de material de l'eix

L'eix sol ser una peça massissa d'un sol material. Pot ser de material magnètic o no-magnètic, depenent del que es busqui. La selecció del material d'aquesta part s'ha de fer conjuntament amb les dades dels càlculs extrets de l'apartat de dimensionament de l'eix. Normalment és una barra massissa d'acer al carboni, tot i que també pot ser d'acer inoxidable, d'algun aliatge d'alumini o de bronze.

Però centrem-nos en l'acer al carboni, el més utilitzat de tots. Com en tots els acers, el contingut de carboni serà el principal factor que determinarà quines propietats tindrà l'eix. Com més carboni millors propietats mecàniques, a canvi de més fragilitat i menys duresa. L'objectiu és tenir un eix amb unes bones propietats mecàniques, dur, poc fràgil i moderadament fàcil de mecanitzar per poder deixar totes les toleràncies desitjades. Per tant el contingut d'acer serà no gaire alt, per aconseguir totes aquestes propietats. El rang de contingut de carboni d'un eix sol ser entre el 0,1 i el 0,5 %. Si es supera aquest 0,5% s'obté un acer massa fràgil per ser utilitzat com a eix. Posteriorment se sol aplicar un tractament tèrmic, detallat en un altre apartat.

Hi ha casos especials en que cal utilitzar un material diferent a un acer amb contingut de carboni baix-alt. Podria ser el cas d'entorns amb molt baixes o molt altes temperatures o amb elements corrosius. Aquí es faria servir un acer inoxidable el més fàcilment mecanitzable possible. Un altre cas on també

seria necessari l'acer inoxidable en l'eix d'un motor elèctric el trobaríem en la indústria alimentària, ja que per seguretat és obligatori que qualsevol acer en contacte amb menjar sigui inoxidable.

I la última varietat més utilitzada en eixos de motors elèctrics son els aliatges d'alumini. Son ocasions en que es mira molt pel pes de l'eix, buscant reduint-lo al mínim. L'alumini té en el seu costat positiu una bona mecanització, possibilitat d'operar en ambients corrosius i el ja anomenat poc pes. Per altra banda, degut a les seves propietats mecàniques, principalment el seu pobre rendiment amb vibracions, el seu ús està limitat a motors petits de parell baix. També té en la seva contra que quan s'escalfa es torna més fràgil.

Els materials més utilitzats per a eixos i algunes de les seves propietats els trobem a la taula següent:

| Material | Densitat (kg/m ³) | Límit elàstic (MPa) | Mòdul de Young (GPa) | Duresa Brinell | Índex de mecanibilitat |
|------------------------|-------------------------------|---------------------|----------------------|----------------|------------------------|
| Acer DIN 1.0711 | 7893 | 175 | 210 | 167 | 100 |
| Acer DIN 1.0204 | 7700 | 473 | 200 | 243 | 55 |
| Acer DIN 1.1151 | 7850 | 295 | 210 | 197 | 65 |
| Acer DIN 1.1191 | 7870 | 345 | 206 | 163 | 65 |
| Acer DIN 1.4301 (Inox) | 7930 | 210 | 193 | 190 | 45 |
| Alumini 7075-T6 | 2810 | 505 | 71.7 | 150 | 120 |

Taula 1 Materials més comuns en un eix. Font: pròpia

L'índex de mecanibilitat fa referència a la facilitat per mecanitzar un material prenent com a índex 100 l'acer DIN 1.0711.

1.6.2. Càrregues i diàmetre de l'eix

L'eix d'un motor és la peça que transmet la velocitat i el parell que es creen en l'interior del motor cap a algun element extern. Bàsicament les característiques de tot eix han de ser dues, que van lligades entre si: màxima rigidesa i mínima deformació. Per això que el primer que necessitem saber a

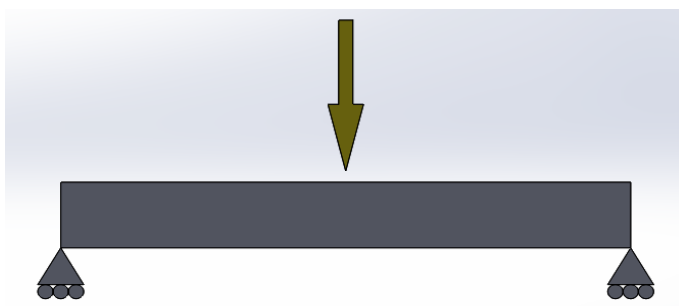
l'hora de dissenyar un motor elèctric és conèixer a quines forces i a quins parells ens enfrontem, per a que sigui capaç de suportar-les, mantenint el material sempre en el seu rang de bon funcionament. I un cop conegudes les dades cal dimensionar l'eix correctament. Cal triar el material adequat, determinar un diàmetre de disseny i eliminar concentradors de tensions, entre altres.

El primer que cal tenir en compte són les càrregues estàtiques que haurà de suportar, per després, com a element rotatori que és, passar a veure les càrregues dinàmiques, com la flexió cíclica, les forces centrífugues o les forces de torsió degut a frenades, entre altres, i buscar sempre (o gairebé sempre) la vida infinita de l'eix. Majoritàriament, l'eix de qualsevol motor elèctric és rodó i està recolzat en dos rodaments, que ja veurem més endavant com es seleccionen aquests. Com que és el cas més usual serà el que estudiarem en tot moment. Si cal fer un exemple puntual per a algun cas en especial en el que aquestes condicions canviïn ja s'avisarà.

1.6.2.1. Càrregues màximes

Les càrregues que rebrà l'eix d'un motor elèctric podran ser de tres tipus: axial, torsió i/o flexió. La realitat és que sovint ens trobem les tres combinades, així que analitzarem totes tres a la vegada.

- Flexió:



Il·lustració 4 Esquema d'una força que provoca flexió. Font:pròpia

M [N*m]: és simplement el moment creat amb la força (o suma de forces) per la distància respecte un dels dos rodaments.

La tensió màxima serà $\sigma_F = \frac{M \cdot y_{max}}{I}$, on y_{max} serà la meitat del diàmetre. L'expressió final per a la càrrega màxima a flexió substituint el moment d'inèrcia correctament per un tub circular massís queda de la següent manera:

$$\sigma_F = \frac{32M}{\pi D^3} \quad (Eq. 1)$$

La inèrcia és $I = \frac{\pi}{64} D^4$.

- Torsió:



T [N*m]: correspon a la magnitud del moment a torsió.

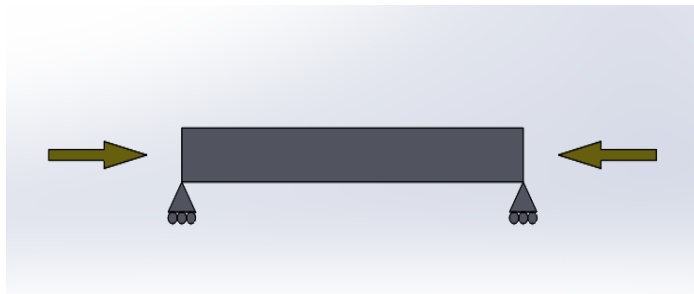
Il·lustració 5 Esquema de forces de torsió. Font: pròpia

La tensió màxima per a les càrregues de torsió partirà de la mateixa expressió que la flexió: $\tau_T = \frac{T \cdot y_{max}}{I_o}$, en que el denominador correspon a la rigidesa a torsió de l'eix, expressada com $I_o = \frac{\pi}{32} D^4$.

Finalment queda:

$$\tau_T = \frac{16T}{\pi D^3} \quad (\text{Eq. 2})$$

- Càrrega axial:



F: on F és el valor de la força axial [N]

Il·lustració 6 Esquema de forces axials. Font: pròpia

En el cas de les càrregues axials l'expressió de la tensió parteix de $\sigma_A = \frac{F}{A}$, i substituint l'àrea per la de l'eix queda:

$$\sigma_A = \frac{4F}{\pi D^2} \quad (\text{Eq. 3})$$

Ara tenim les expressions corresponents a cada tipus de càrrega, valor de les quals no coneixem perquè no hem decidit encara el diàmetre de l'eix. El que s'ha de fer és iterar amb diferents valors de diàmetres i comprovar que l'eix aguantarà les càrregues.

Ara bé, encara falta un petit afegit per fer-ho de la manera més precisa possible, que és afegir un factor en cada tipus de càrrega que variï segons la geometria exterior de l'eix, tenint en compte possibles entalles i altres canvis de geometria que poden ser acumuladors de tensió. Aquests factors s'expressen amb la lletra K, i es troben en taules com les que hi ha a continuació. Les expressions finals quedarien així doncs:

- Flexió:

$$\sigma_F = K_F \frac{32M}{\pi D^3} \quad (\text{Eq. 1.1})$$

- Torsió:

$$\tau_T = K_T \frac{16T}{\pi D^3} \quad (\text{Eq. 2.1})$$

- Axial:

$$\sigma_A = K_A \frac{4F}{\pi D^2} \quad (\text{Eq. 3.1})$$

Els gràfics per trobar aquestes K's els trobem a l'annex C.

1.6.2.2. Fatiga

Un material ha de ser prou resistent per aguantar les càrregues màximes a les que està sotmès, però sovint molts materials trenquen sense arribar a superar les seves càrregues límit. Pot ser que fem els càlculs amb les forces màximes, i que el resultat sigui positiu, però que després l'eix trenqui al cap de poc temps d'ús. I això és degut a la fatiga, en que la repetició de molts cicles d'una càrrega per sota del límit elàstic del material provoquen un trencament en aquest. Són càrregues del mateix tipus que les anteriors (torsió, flexió i axial) per sota del límit elàstic del material, com ja hem dit. La primera apreciació que podem fer és eliminar les càrregues axials, ja que per molt que giri un eix i molts cicles que completi, una càrrega axial no serà més crítica que la màxima que ja haurem calculat a l'apartat anterior.

En la fatiga, les tensions màximes es calculen de la mateixa manera que les màximes:

- Flexió:

$$\sigma_F = \frac{32M}{\pi D^3} \quad (\text{Eq. 1 bis})$$

- Torsió:

$$\tau_T = \frac{16T}{\pi D^3} \quad (\text{Eq. 2 bis})$$

El fet destacable és que ha desaparegut el factor K, ja que en la fatiga es tenen en compte moltes més coses que no pas només els canvis de secció, i per això ja s'afegiran més tard els factors que tenen en compte això i altres paràmetres de l'eix.

Factors que afecten la vida a fatiga

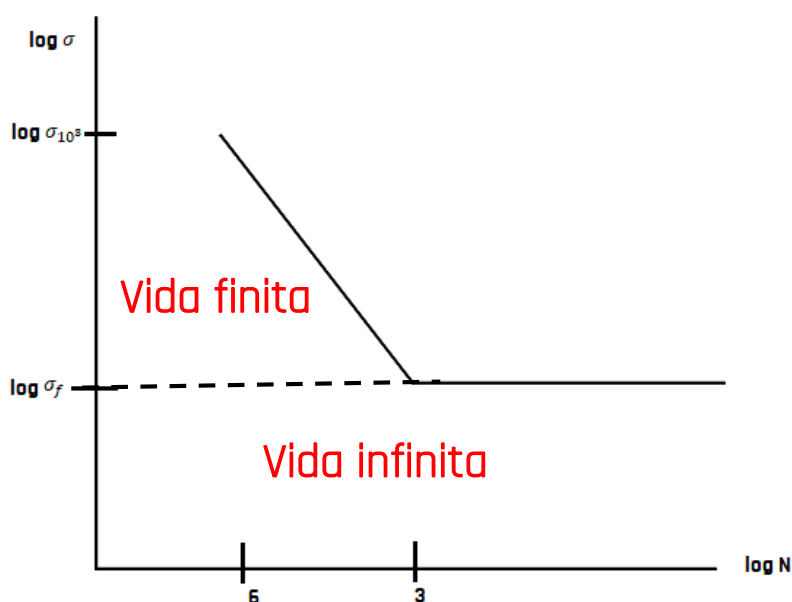
Són 6 factors:

- k_a : factor d'acabat superficial
- k_b : factor de mida de l'eix
- k_c : factor de tipus d'esforç
- k_d : factor de temperatura

- k_e : factor de confiabilitat
- k_f : factor d'entalla

En l'annex B hi ha cada factor explicat i quin valor prenen segons les característiques de l'eix.

L'objectiu seria dissenyar un eix amb vida infinita en principi, però no sempre és així. Ja sigui perquè les sol·licitacions són molt grans i l'eix que s'hauria de dissenyar per aguantar-les a vida infinita seria massa gran i/o massa pesat per les característiques del seu emplaçament o perquè es vol jugar amb el concepte tant de rigorosa actualitat de l'obsolescència programada fent que trenqui l'eix expressament al cap d'un temps, existeix un diagrama que permet calcular els cicles de vida, el diagrama de Wöhler.



Il·lustració 7 Diagrama de Wöhler. Font: pròpia

En l'eix d'abscisses hi trobem el número de cicles en forma de logaritme, i en el de coordenades les tensions, també en forma de logaritme.

Com es pot observar en el diagrama apareixen dos nous tipus de tensions: σ_{10^3} i σ_f . Totes dues depenen de les propietats del material. La primera, σ_{10^3} , ens diu amb quina càrrega l'eix seria capaç d'aguantar 1000 cicles. Es calcula: $\sigma_{10^3} = \text{factors de vida a fatiga} * 0,9 * \sigma_R$, on σ_R és la tensió de ruptura del material. σ_f vindria a ser aproximadament la frontera entre la vida finita i la infinita. Si les sol·licitacions de l'eix estan per sota del seu valor estarem parlant d'una peça a vida infinita, si les

sol·licitacions queden compreses entre σ_{10^3} i σ_f , caldrà veure quants cicles aguanta. Es calcula: $\sigma_f = \text{factors de vida a fatiga} * 0,5 * \sigma_R$.

Un cop tenim σ_{10^3} , σ_f i σ_{MAX} trobades, i veiem que σ_{MAX} està compresa entre σ_{10^3} i σ_f , podem conèixer els cicles que resistirà a través de l'expressió:

$$\log \sigma_{MAX} = -\frac{1}{3} \log \frac{\sigma_{10^3}}{\sigma_f} * \log N + \log \frac{(\sigma_{10^3})^2}{\sigma_f} \quad (\text{Eq. 4})$$

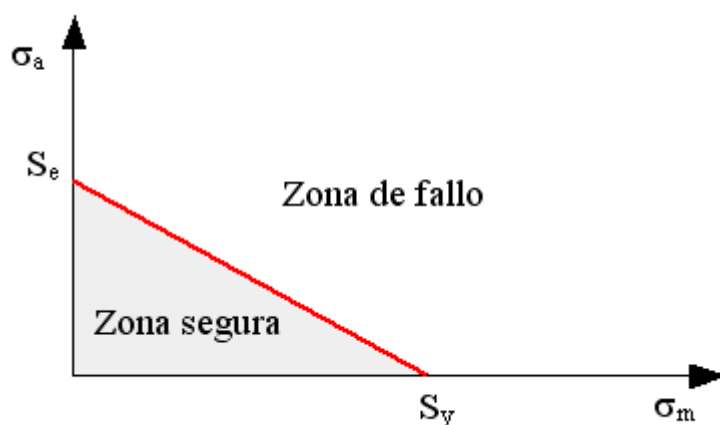
On N és el número de cicles que aguantarà. D'altra banda, si volem limitar el número de cicles, també podem fer servir aquesta expressió per saber quines serien les càrregues màximes per aconseguir-los.

Per a eixos de diàmetre variable, que son la gran majoria, cal seguir el mateix procediment explicat a l'apartat anterior per a eixos amb diàmetre variable, buscant la secció crítica, concepte explicat més endavant, a l'apartat 4.1.2.3..

1.6.2.2.1 Fatiga per fluència

Una altra possible causa de fallada de l'eix pot ser la fluència. Els materials tenen una part de deformació elàstica, en que sempre tornen a la seva forma original, i una de plàstica, en que queden deformats permanentment. I aquesta deformació plàstica pot ser causa de trencament a la llarga. La fatiga per fluència és més perillosa, ja que el límit de fluència d'un material sempre estarà per sota del límit de ruptura.

Per saber si l'eix en qüestió resistirà la fatiga a fluència cal fer el diagrama de Söderberg. Aquest diagrama analitza la resistència de peces sotmeses a tensions fluctuants, on s'ha de diferenciar la tensió mitja i l'alternant. Es fa una línia que uneixi totes dues tensions i es pot saber si la peça resistirà o no.



Il·lustració 8 Diagrama de Söderberg. Font: Mecapedia.uji.es

La línia que separa la zona segura de la de fallada es trobarà a partir de la tensió de fluència i de ruptura del material.

- Tensió mitja: correspon al valor de la tensió de fluència (σ_F) del material.
- Tensió alternant: correspon al valor de σ_f del material. Aquest valor es troba a partir dels factors de reducció de vida a fatiga, a l'annex B, i de la tensió de ruptura del material (σ_R) amb la següent expressió:

$$\sigma_f = K_a K_b K_c K_d K_e \frac{1}{K_f} * 0,5 * \sigma_R \quad (\text{Eq. 5})$$

Aquesta tensió és la de resistència del material. Per trobar la de sol·licitació la trobarem a partir de les càrregues a les que estarà sotmesa la peça. Per trobar la tensió mitja i l'alternant del material dependrà del tipus d'esforços.

- Si tenim flexió pura: Hi pot haver esforços tallants en dos direccions, que poden provocar un moment flector també en dues direccions que caldrà sumar-ne els quadrats i fer l'arrel per obtenir-ne un sol valor. Si només tenim esforç tallant en una sola direcció el valor del moment serà el definitiu. Aleshores cal obtenir-ne la tensió a través de l'expressió per a flexió i s'obtindrà tant la tensió mitja com l'alternant.

- Si tenim flexió més torsió: Per obtenir la σ_a seguirem els mateixos passos que amb la flexió pura. Per a la tensió mitja equivalent caldrà obtenir la tensió per a esforços de torsió i després utilitzar Mohr i von-mises per passar-ho a tensió mitja equivalent. L'expressió de Mohr i von-Mises son:

Mohr: $\tau_m = \sigma_1$; $\tau_m = -\sigma_2$

Von-Mises:

$$\sigma_{eq}^m = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2} \quad (Eq. 6)$$

Un cop tenim totes les tensions obtenim la tensió mitja de Söderberg, amb la qual posteriorment obtindrem el factor de seguretat.

Tensió mitja de Söderberg:

$$\sigma_m^s = \frac{\sigma_f}{\frac{\sigma_a}{\sigma_m^m} + \frac{\sigma_f}{\sigma_F}} \quad (Eq. 7)$$

Factor de seguretat:

$$FS = \frac{\sigma_m^s}{\sigma_{eq}^m} \quad (Eq. 8)$$

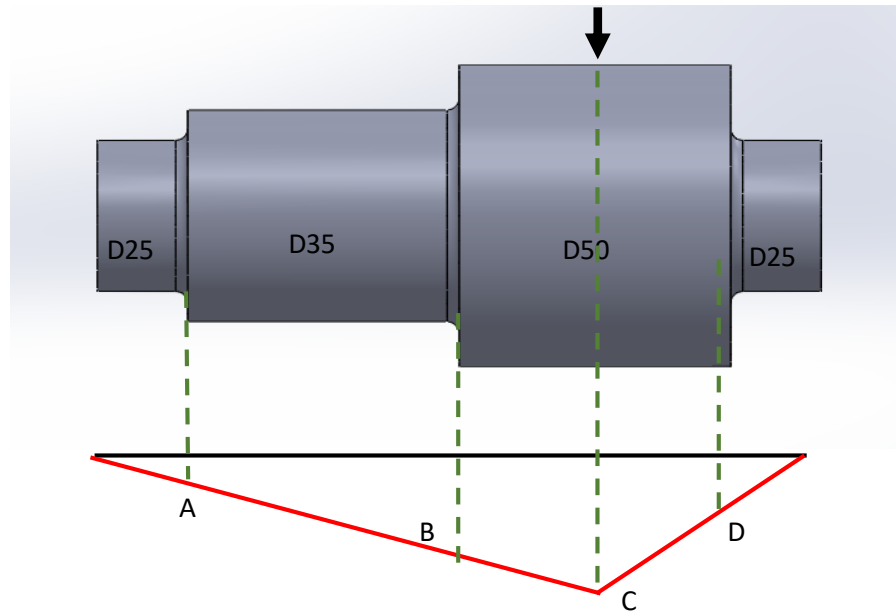
1.6.2.3. Determinació del diàmetre de l'eix

Ara ja hem vist com trobar les càrregues que afecten l'eix, sempre amb el diàmetre com a incògnita. Perquè al final és el que ens interessa saber, quina secció haurà de tenir el nostre eix.

Un eix d'un motor elèctric gairebé mai tindrà un diàmetre constant, per no dir mai. Hi ha una part central, que és la més ampla, on hi va acoblat el rotor. Després hi ha dos trams de transició entre aquesta part ampla i els rodaments de menor diàmetre, però suficientment grans per mantenir estàtics axialment els rodaments. Després es torna a reduir la secció per fer-hi encaixar els rodaments. Aquests solen ser els mínims canvis de diàmetres en un eix d'un motor elèctric, després n'hi poden haver més segons les característiques del motor, del tipus de mecanisme de sortida que hi hagi...

Hem vist que hi ha tres tipus d'esforços: flexió, compressió/tracció i torsió. S'hi podria afegir el de cisalla, però en un motor no es dona aquest tipus d'esforç. Aleshores tindrem 3 diagrames d'esforços, amb un eix amb un nombre determinat de canvis de diàmetre. I per calcular si l'eix resistirà als esforços que se li sol·liciten, ja siguin els màxims com la fatiga, s'han de mirar només els punts crítics. I aquests punts crítics són els canvis de secció i els pics dels esforços. El que s'ha de fer és iteracions amb diferents diàmetres fins que trobem el mínim que compleix les sol·licitacions desitjades. Amb un exemple s'entendrà millor.

Imaginem aquest cas. Un eix com el de la figura recolzat per dos rodaments situats als extrems, on els arrodoniments seran de radi 2 mm. La càrrega serà de valor 8500 N. Sabem que els rodaments han de tenir un diàmetre interior de 25, però els dos trams del mig són de diàmetre indeterminat. Aleshores se'ls hi dona un valor a partir de les càrregues, en aquest cas 35 i 50 mm, i es comença a calcular la seva resistència. Amb els valors de diàmetres donats (recordem que només és una iteració, no són els definitius) busquem la secció crítica, aquella que més esforços suporta i que sabem que si aquesta resisteix ho farà la resta de la peça.



Il·lustració 9 Candidates a secció crítica d'un eix. Font: pròpia

Tenim 4 candidates a ser la secció crítica: A, B i D per ser canvis de secció i C per ser el punt de major sol·licitació. Aleshores el que cal fer és mirar la taula del factor d'entalla per a esforços de flexió (si tinguéssim altres tipus hauríem de mirar les altres taules) i treure el coeficient d'entalla. Un cop el tinguem, es multiplica la tensió màxima per aquest coeficient, i ens quedarà una més gran que la resta, i aquella serà la secció crítica amb la que haurem de treballar. Es podria donar el cas que dues o tres seccions tinguessin resultats molt semblants, aleshores caldria resoldre-les totes i al final decidir.

1.6.3. Flexió de l'eix

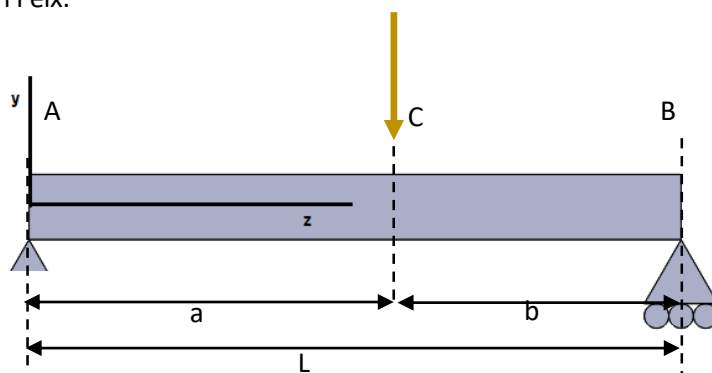
Un altre dels problemes que ens podem trobar a l'hora de dissenyar l'eix amb una càrrega que li provoqui flexió, ja sigui amb un moment o amb una força puntual, és que aquesta flexió el deformi en excés sense arribar a trencar-lo. És a dir, estaríem dins del rang elàstic del material.

Llavors quin és el problema? Doncs és la paraula excés aquest problema. Com acabem de dir, estem parlant de forces o moments que el deformen en excés, i aquest excés és que l'eix arribi a tocar amb l'estator, cosa que seria crítica pel motor. Aleshores vol dir que quan tinguem una càrrega d'aquesta naturalesa no només s'ha de mirar que no trenqui, sinó també quina serà la seva fletxa màxima. Es considera que la fletxa mai ha de superar el 15% de l'entreferro per ser segur.

Per simplificar la deformació de l'eix mirarem només el tram comprès entre els dos rodaments. En el cas d'un eix d'un motor elèctric estarà recolzat sempre en dos rodaments situats un en cadascun dels extrems. Si bé és cert que l'eix no acaba mai en un dels rodaments, que en sobrepassa almenys un per poder unir-hi l'element de sortida, ja sigui un engranatge, una corretja o qualsevol altre element de l'estil. Però aquest tram no sol ser gaire llarg, i a més que on més interessa trobar la deformació màxima és on hi ha el rotor, ja que l'entreferro sol ser molt petit i és on la deformació pot ser més crítica. Per tant ens quedarem només amb un tram d'un eix recolzat en els seus extrems, i les càrregues seran les existents reals en aquest tram.

Aleshores cal mirar totes les càrregues existents en aquest tram, on com a mínim hi trobarem una càrrega puntual. Aquesta força puntual inclourà el pes del rotor, del propi eix, de possibles accessoris com un ventilador i possibles forces magnètiques. A més, també se li haurà de sumar els moments flectors existents, en cas que en tingués.

Per facilitar l'entesa d'aquest apartat tot seguit hi ha una il·lustració amb quins són els eixos seleccionats en l'eix.



Il·lustració 10 Esquema per trobar la fletxa de l'eix. Font: pròpia.

Per trobar les deformacions utilitzarem el mètode de la doble integració. Consisteix en, un cop sabem l'expressió del moment flector per a cada tram, integrem dues vegades l'expressió afegint-hi el mòdul elàstic i la inèrcia de la peça-. Amb la primera obtindrem el gir i amb la segona la fletxa:

Gir:

$$\theta = \int \frac{Mx}{EI} dx \quad (\text{Eq. 9})$$

Fletxa:

$$y = \iint \frac{Mx}{EI} dx \quad (\text{Eq. 10})$$

El més complicat de trobar són les constants d'integració que aniran sortint, dues per a cada tram d'eix. Aquestes les obtindrem a partir de les condicions de contorn de l'eix.

1.6.4. Velocitat crítica de l'eix

La velocitat crítica no és ben bé el mateix que una velocitat màxima. Per entendre quan passa aquesta velocitat crítica cal primer entendre què és la freqüència de ressonància. Tots els cossos tenen una freqüència de ressonància en la que la seva oscil·lació és màxima i és quan pot trencar degut a fortes oscil·lacions en el cas de sistemes mecànics. Tots els cossos estan sotmesos a constants estímuls, i aquests estímuls aporten energia en diferents freqüències. Si la freqüència de l'estímul coincideix amb la de l'objecte d'estudi, l'entrega d'energia serà màxima, i aquí és on poden sorgir problemes. Un exemple conegut per tothom és quan una cantant soprano arriba a una freqüència de veu que fa trencar un vidre, i passa perquè coincideix amb la freqüència de ressonància del vidre. La freqüència de ressonància depèn del material, del moment d'inèrcia de l'eix, de la seva rigidesa...

Un cop entès en concepte de freqüència de ressonància, la podem traspasar a un concepte de velocitat crítica, ja que multiplicant la freqüència per 60 obtenim la velocitat en rpm (es pot treballar a velocitats superiors a la crítica, però no és recomanable perquè el valor de la crítica s'ha de sobrepassar molt ràpidament).

$$n_{crítica} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{\left(\frac{48EI}{L_{bb}^3}\right)}{m}} = \frac{30}{30\pi} \sqrt{\frac{48E \frac{\pi D^4}{64}}{L_{bb}^3 m}} \quad (\text{Eq. 11})$$

Aquesta expressió serveix per a un eix de diàmetre constant, cosa que no sol ser el cas d'un motor elèctric. La **m**, que representa la massa, també s'hi inclourà del rotor o qualsevol altre element acoblat. Els rodaments no entren en aquesta categoria ja que es considera tota la massa situada entre els dos punts on es recolza l'eix, en el lloc dels dos rodaments precisament. On no contribueix el rotor és en el segon moment d'inèrcia, i per tant si que s'agafa el diàmetre de l'eix.

K és la rigidesa a flexió de l'eix, i és funció del seu mòdul de Young, moment d'inèrcia, longitud i condicions de contorn del mateix; D és el diàmetre de l'eix i L la seva longitud entre els dos rodaments. Finalment m és la massa de l'eix (que es podria substituir per $\pi \frac{D^2}{4} L * \rho$, on apareix ρ , que és la densitat del material) més la del rotor, com ja hem comentat.

1.6.4.1. Càlcul de l'aproximació de la velocitat crítica d'un eix de diàmetre variable

Hi ha diversos mètodes per trobar aquesta velocitat crítica d'un eix, però en aquest cas utilitzarem la de Rayleigh perquè considera que les deformacions degudes a la rotació són proporcionals a les que es produeixen a l'eix quan aquest està en estàtic. Només es calcularà la primera velocitat crítica, és a dir per a $n=1$, que tindrà un valor per sobre de la real. És només una aproximació, ja que la real és molt complicada de trobar.

Per a un eix amb diverses masses concentrades l'expressió de Rayleigh diu que trobarem la velocitat crítica a partir de producte de les masses per la deformació de cadascuna d'aquestes, dividint després pel producte de les mateixes masses pel quadrat de la deformació de cadascuna. L'expressió és:

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g * \sum_i m_i \delta_i}{\sum_i m_i \delta_i^2}} \quad (\text{Eq. 12})$$

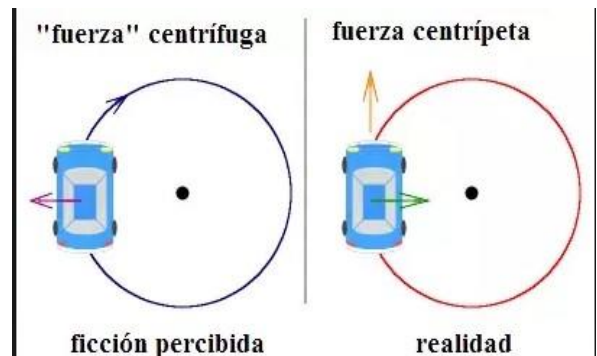
On g és el valor de la gravetat en m/s^2 , m la massa de cada element de l'eix en kg i δ la deformació de cadascuna d'aquestes en m.

I finalment, cal decidir en quantes divisions partir l'eix. El mínim per a un resultat considerat bo serien 4 divisions, però com més n'hi hagi més precís serà el càlcul. El valor de les deformacions les trobarem amb les expressions de l'apartat de fletxa de l'eix, el 4.1.3.

1.6.5. Forces centrífugues

La força centrífuga és una anomenada pseudo-força d'inèrcia que s'origina quan un cos canvia la seva trajectòria respecte un eix de rotació. En el cas de l'eix d'un motor elèctric, aquest eix de rotació passa pel centre, per tant la força produïda anirà en direcció radial cap a l'exterior.

Per entendre una mica millor què és realment la força centrífuga agafarem l'exemple d'un cotxe. Quan aquest agafa una corba a l'esquerra, els passatgers experimenten una força en sentit contrari, cap a l'exterior de la corba. És una força peculiar, ja que només apareix quan un cos experimenta una corba o una rotació. Pot semblar que en el cas d'un eix aquestes forces tindran un valor irrisori, per les quals no caldrà



Il·lustració 11 Força centrífuga vs força centrípeta. Font: ladiferencia.info

preocupar-se. I hi ha part de raó en aquesta afirmació, ja que per a velocitats angulars baixes o mitges no té gaire importància. El problema és amb velocitats o acceleracions angulars saltes, que aleshores el seu valor ja és prou important per tenir-lo en compte. Per posar un exemple conegut per tothom de com d'importants poden arribar a ser les forces centrífugues, ens fixarem en el nostre planeta, la Terra. Aquesta té una velocitat angular de l'ordre de $7 \cdot 10^{-5}$ rad/s, que pot semblar poca cosa, però equival a uns 1674 km/h en el seu equador de velocitat lineal. I després tenim la velocitat de translació al voltant del Sol, que és de 29,8 km/s. Òbviament nosaltres no notem aquestes velocitats degut a la gran massa del nostre planeta, però aquest si que les nota. I és amb les marees per exemple, produïdes per les forces centrífugues entre Terra-Lluna i Terra-Sol. Després d'aquesta petita classe sobre astronomia espero que s'hagi entès la importància de les forces centrífugues. Cal remarcar que aquestes no van soles, ja que també hi ha les anomenades forces de Coriolis, que

també es produeixen quan un cos rota, i les d'Euler, que en aquest cas apareixen quan el cos accelera angularment.

Ara, passant ja a l'eix d'un motor elèctric, anem a veure com es calculen:

- Força centrífuga:

$$F = m\omega(\omega \times r) \quad (\text{Eq. 13})$$

on m és la massa, ω la velocitat angular i r el radi fins al centre.

- Força de Coriolis:

$$F = 2m(\omega \times a) \quad (\text{Eq. 14})$$

on m és la massa, ω la velocitat angular i a l'acceleració lineal

- Força d'Euler:

$$F = m(\alpha \times r) \quad (\text{Eq. 15})$$

on α és l'acceleració angular, m la massa i r el radi.

La suma de totes tres ens donarà el valor de la força centrífuga total, i quan la comparem amb la resta de forces, veurem si cal tenir-la en compte o no. Cal dir que la majoria de vegades ens trobem amb la segona opció, ja que cal una velocitat i/o acceleració angular molt elevades per trobar una força de valor important. També és important explicar que aquest tipus de forces costen d'entendre, ja que depenen del punt de vista del sistema. Si s'observa el sistema des de fora, aquestes forces no existeixen, ja que hi ha velocitat constant i per tant si no hi ha acceleració no hi ha força. És com en el cas del cotxe, que si no estàs a dins el cotxe, no hi ha força centrífuga, només centrípeta. En el cas de

l'eix és el mateix, només caldria tenir-les en compte si estiguéssim muntats en el propi eix. És per això que és un concepte complicat d'entendre i més encara d'explicar quins efectes tindrien sobre l'eix i com pal·liar-los. Una de les poques conclusions que es pot extreure és que com menor sigui el radi de l'eix, el valor de totes tres forces serà menor.

1.6.6. Oscil·lacions a torsió

Un altre factor a tenir en compte a l'hora del disseny del conjunt motor-eix és el de les oscil·lacions produïdes per les forces de torsió, que no s'ha de confondre amb la resistència a torsió de l'eix esmentada anteriorment. Aquest nou fenomen es deu al fet que es produeixen micro-deformacions dins del rang elàstic en l'eix degut a la diferència d'esforços a torsió que se sol·liciten en diferents punts de l'eix. El concepte és el mateix que amb la freqüència de ressonància del sistema, cal evitar que el motor giri a la freqüència de ressonància a torsió.

Per calcular aquest valor, cal agafar l'eix entre dues masses, ja que afecten al comportament d'aquest a cisalla. Una massa correspondria a la del rotor i l'altra seria la de l'objecte al que va acoblat l'eix. L'expressió és la següent:

$$f_{\text{ressonància torsió}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{G \frac{\pi D^4}{32}}{L} \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)} \quad (\text{Eq. 16})$$

On G és el mòdul de cisallament del material, que es calcula de la manera: $G=0,5E/(1+\mu)$, on E és el mòdul de Young i μ el coeficient de Poisson. J_1 i J_2 són els moments d'inèrcia de les dues masses.

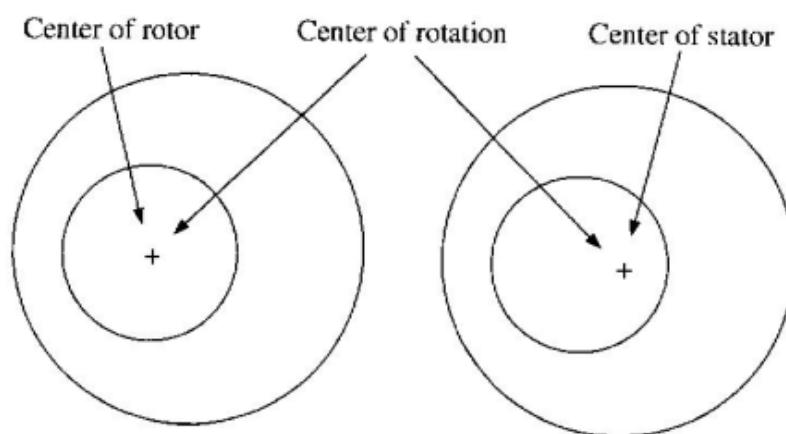
1.6.7. Excentricitat del grup rotor-eix

Les excentricitats provoquen canvis en el camp magnètic, ja que l'objectiu de l'estator és crear un camp magnètic rotatori sinusoïdal en l'aire del seu interior. Les excentricitats provoquen canvis en l'anomenat *air gap*, el volum d'aire existent entre estator i rotor. Això produeix un efecte anomenat *Unbalanced Magnetic Pull* (UMP), concepte que tractarem més endavant. Les causes d'una possible

excentricitat les associem normalment a problemes de fabricació, i acostumen a estar englobades per aquestes tres categories:

- Mal centratge del rotor dins de l'estator.
- L'estator i/o el rotor no són perfectament circulars.
- L'eix està deformat per una força a flexió.

En el primer cas i en el que l'estator no sigui circular ens trobarem amb una excentricitat de l'espai d'aire estacionària, mentre que en l'últim i amb un rotor perfecte tindrem el cas d'una excentricitat dinàmica.



Il·lustració 12 Tipus d'excentricitats en un motor elèctric. Font: *Mechanical design of electrical motors* by Wei Tong.

I quins problemes pot ocasionar una excentricitat?

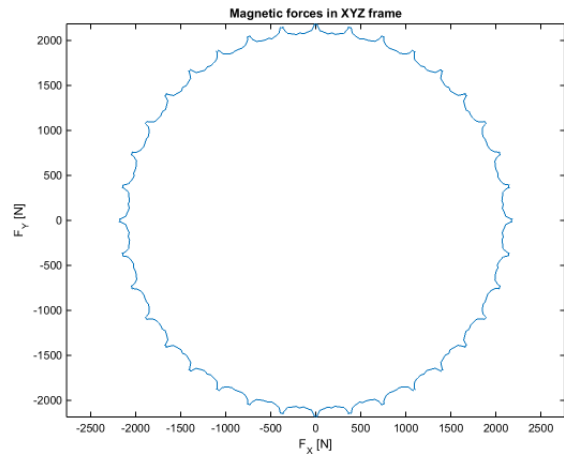
El primer que podria passar és que rotor i estator xoquessin directament, que seria el cas més greu, però també el més extrem i improbable. El que passaria en la majoria de casos d'excentricitat seria que en el punt on estator i rotor estan més a prop, en el mínim *air gap*, existiria un màxim de flux magnètic, mentre que en el punt on hi hagi el màxim *air gap* hi trobarem un camp magnètic mínim.

Un camp magnètic no uniforme provoca principalment tres problemes:

- Variacions en el parell i revolucions de l'eix. Vindria a ser el cas menys dolent. Ens trobarem amb petites variacions del parell i de les revolucions que volem obtenir del motor. És el menys dolent perquè en la majoria de motors elèctrics no s'intenta aconseguir una velocitat i parell constants, només cal pensar en l'ús quotidià d'aquestes màquines. El motor/motors d'un cotxe elèctric, el d'una batedora, el d'un raspall de dents, el d'una aspiradora... petites

variacions en aquest tipus de màquines no són ni molt menys crítiques i com a molt es podrien arribar a definir com a molestes, encara que sovint ni es perceben. Per aquests motius no entrarem a profunditzar en aquest cas.

- Vibracions. Una excentricitat provocarà que l'eix i el rotor no rotin amb una trajectòria circular perfecte, sinó que tindrem una trajectòria semblant a la de la imatge. Depenent de la força que provoca el camp magnètic s'obtindrà una trajectòria o una altra. Aquestes vibracions, depenent de l'ús del motor que tinguem, poden anar de només molestes fins a un punt crític. Un



Il·lustració 13 Exemple de distribució de les forces magnètiques en cas d'un eix descentrat. Font: Kollmorgen.com

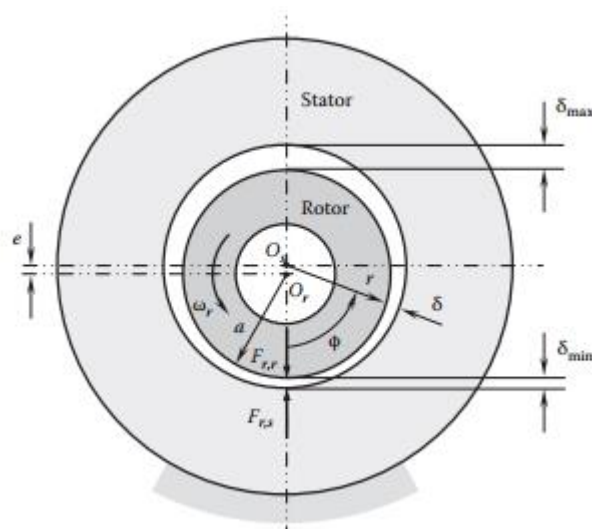
altre efecte que provoquen les vibracions és soroll, que pot ser parcialment emmascarat amb algun altre element.

- Irregularitats en la refrigeració. Vindria a ser el cas més crític. Al no ser uniforme l'*air gap* existent, tampoc ho serà la refrigeració del conjunt eix-rotor. Si la refrigeració s'ha calculat tenint en compte un *air gap* uniforme (el més normal) sense cap coeficient de seguretat, és a dir sense preveure possibles temperatures per sobre de les calculades, podria existir el cas d'arribar a temperatures crítiques de fusió d'alguna peça. Això esdevindria en possibles deformacions que farien augmentar l'excentricitat quan es refredessin, o si no hi ha temps a refredar i el motor seguís funcionant amb aquestes temperatures extremes el motor podria arribar a trencar o provocar algun petit incendi.

La solució en aquests casos passa per ajuntar totes les causes d'aquesta excentricitat i tractar-les com a un sol problema: l'esmentat *Unbalanced Magnetic Pull* (UMP). La presència d'un camp magnètic en l'*air gap* provoca una atracció entre estator i rotor en la direcció del flux. En les màquines d'inducció es produeix un flux magnètic rotatori amb el doble de freqüència del camp fonamental, uns coneixements que s'escapen de l'abast d'aquest treball. El que ens interessa és el resultat d'aquest

flux magnètic, que no és altre que la compensació de les forces d'atracció en totes les direccions fent que el conjunt rotor-eix es mantingui en la seva posició. Quan apareix algun factor que provoca una excentricitat l'*air gap* i conseqüentment el camp magnètic, deixen de ser uniformes i provoca l'anomenat *Unbalanced Magnetic Pull* (UMP).

Aquest fenomen provoca l'aparició de forces radials, que es calculen amb la superposició del tensor de Maxwell i un programa d'elements finits. Aquestes dues eines permeten saber la densitat del camp magnètic en qualsevol posició del rotor. Una precisa determinació d'aquesta densitat és tant important com complicada a la vegada, i els avançats coneixements en enginyeria elèctrica que es requereixen s'escapen de l'abast d'aquest treball. Aleshores el que s'ha fet en aquest treball és una aproximació de la força total amb una simplificació de la citada equació de Maxwell, especialment pensada per cossos cilíndrics com és el cas d'un motor elèctric.



Il·lustració 14 Dibuix del tipus d'excentricitat més habitual. Font: *Mechanical design of electric motors by Wei Tong*

Partim del coneixement del camp magnètic en les dues direccions principals, la radial i la tangencial, i així en podem treure l'UMP. L'equació bàsica per extreure la força és:

$$F = \frac{1}{\mu_0} \int_S [B_r B_\theta e_r] dS \quad (\text{Eq. 17})$$

On només tenim en compte una direcció, la radial, ja que la tangent ajuda en el moment, expressada pel vector e_r . De la mateixa manera també caldrà conèixer les components radial i tangencial del flux

magnètic, representades per B_r i B_θ . Finalment també tenim la constant magnètica, μ_0 , que té un valor de $4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

La força estarà situada en el punt on hi tenim la δ_{min} en la direcció radial i serà d'atracció entre estator i rotor.

L'excentricitat total la podem calcular com:

$$e = \frac{1}{2} (\delta_{max} - \delta_{min}) \quad (Eq. 18)$$

I amb quina finalitat es calcula tot això? El fet és que si aquesta força és massa gran, el rotor tocaria l'estator, amb conseqüències fatals pel motor. Per posar un exemple, un motor amb un valor d'excentricitat de 0,155 mm pot tenir un valor de força pic d'1 kN, mentre que la força tangencial de l'eix podria ser d'uns 7 kN.

1.6.8. Pèrdues per fregament amb l'aire

A primera vista pot semblar un factor fàcilment evitable, d'un valor tant irrisori que no caldria ni tenir-lo en compte. Però la realitat és ben bé tot el contrari, les pèrdues per fregament entre la superfície del rotor i la capa d'aire que l'envolta és un dels factors que més limita les dimensions i les revolucions per minut a les que pot arribar un motor elèctric. Les pèrdues de potència degudes a aquest fenomen es poden trobar així:

$$P_{fregament\ aire} = \frac{1}{2} C_{M,\delta} \pi \rho_{aire} \omega^3 \left(\frac{D_r}{2} \right)^4 L \quad (Eq. 19)$$

On ρ_{aire} és la densitat de l'aire, ω és la freqüència angular del rotor, D_r el seu diàmetre i L la seva llargada. El factor més complex de trobar és $C_{M,\delta}$, que depèn de la geometria del rotor i les

característiques de l'aire, i per això és necessari saber amb quin valor de nombre de Reynolds estem treballant.

$$C_{M,\delta} = \left\{ \begin{array}{ll} 10 \frac{(\frac{\delta}{0,5D_r})^{0.3}}{Re} & \text{per } Re < 64 \\ 2 \frac{(\frac{\delta}{0,5D_r})^{0.3}}{Re^{0.6}} & \text{per } 64 < Re < 500 \\ 1,03 \frac{(\frac{\delta}{0,5D_r})^{0.3}}{Re^{0.5}} & \text{per } 500 < Re < 10000 \\ 0,065 \frac{(\frac{\delta}{0,5D_r})^{0.3}}{Re^{0.2}} & \text{per } 10000 < Re \end{array} \right\} \quad (\text{Eq. 20})$$

Aquestes expressions són vàlides sempre que $0,07 \leq \delta/0,5D_r \leq 1$, on δ és la distància més curta entre la superfície del rotor i la paret de l'estator, és a dir, la de l'espai d'aire existent.

I el número de Reynolds en funció de δ es calcula de la següent manera:

$$Re = \frac{\rho_{aire} \omega \frac{D_r}{2} \delta}{\vartheta_{aire}} \quad (\text{Eq. 21})$$

On ϑ_{aire} és la viscositat dinàmica de l'aire.

1.6.9. Toleràncies, acabats superficials i tractaments tèrmics

1.6.9.1. Toleràncies

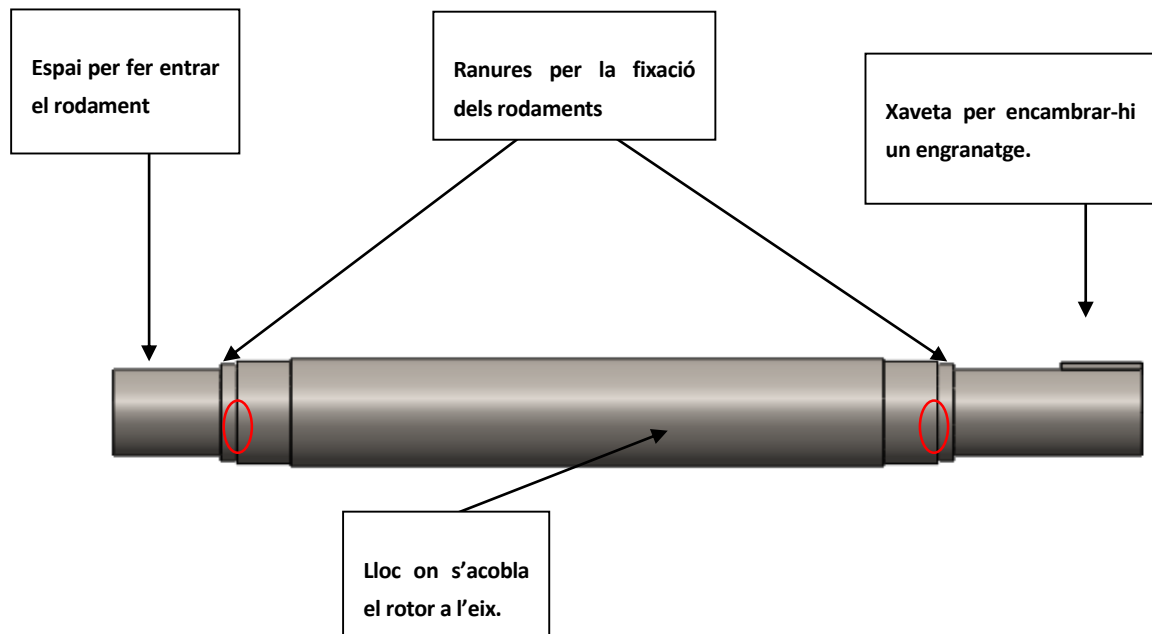
Les toleràncies de la superfície de l'eix són importants en els punts on s'hi acoblen altres elements. Com que estem parlant d'un eix sempre n'expressarem les seves toleràncies amb lletres minúscules. Normalment en qualsevol eix d'un motor elèctric hi trobem 4 punts, bé millor dit intervals de l'eix, on hi van acoblats elements. Dos per cadascun dels rodaments, l'espai per a la unió eix-rotor i el lloc on

s'hi col·loca l'element que serveix per transmetre el parell i velocitat cap a fora del motor, un engranatge o una corretja per exemple.

En el primer cas, el dels rodaments, podem diferenciar dos casos diferents. Si estem parlant d'un motor de baixes revolucions i parell podrem escollir una tolerància per l'eix que ens hi permeti col·locar els rodaments a mà o com a molt amb l'ajuda d'una eina senzilla com vindria a ser un martell. La tolerància serà de j6, h6, k6, h7 o h11. Això ens estalviarà temps i costos.

En el segon cas, el d'un motor que treballa a altes revolucions i les forces ja són considerables caldrà que els rodaments estiguin molt ben fixats. En aquest cas ja busquem que l'eix i el rodament tinguin una pressió considerable entre ells, per això caldrà refredar l'eix tot el que es pugui per introduir-lo a dins el rodament. En aquest cas podríem estar parlant de toleràncies p6 o r6.

Un aspecte que sembla molt evident però que a vegades pot passar per alt és el fet de que l'eix tingui uns límits físics pels rodaments i que les toleràncies de l'eix en els trams anteriors al llocs on van els rodaments permetin que aquests es desplacin sense dificultats, és a dir, que sempre han de ser de mides inferiors al punt on va el rodament. En el cas dels límits físics, sempre és interessant que tinguin el mateix diàmetre que l'anella interior del rodament, són els punts marcats en vermell en la imatge següent.



Il·lustració 15 Exemple d'un eix amb tots els seus canvis de secció. Font: pròpia

La part central és on s'hi acobla el rotor. Degut a que és on hi haurà les majors forces, també seria interessant fer-ho amb una tolerància que doni com a resultat una pressió forta entre tots dos elements, és a dir una p6 o r6 per exemple, o r6 o s6 si ho introduïm amb premsa. És especialment important dissenyar bé aquestes toleràncies, ja que en cas de voler desmuntar-ho s'hauria de fer deteriorant algun dels components.

I ja per acabar amb les toleràncies parlem del punt on s'hi uneix l'element de transmissió. En el cas de la imatge veiem que hi ha una xaveta, però podria ser que simplement també s'uneixin a pressió i aleshores parlariem de les mateixes toleràncies que en els casos anteriors, segons si volem treure els components sense deteriorament o bé si els volem deixar fixes.

La font d'on s'han extret les toleràncies comentades és la següent taula:

| | | Agujero base | | | Eje base | | | |
|--|------------------------------------|----------------|----------|--------------------------|----------------|----------------|----------|--------------------------|
| AJUSTES MÓVILES | | H7 | H8 | H11 | h6 | h7 | h8 | h11 |
| a) Con gran juego (alineación defectuosa, longitudes muy grandes) | | | d8 | a11 b11 c11 d11 | | | D10 | A11 B11 C11 D11 |
| b) Casos normales de piezas que giran o deslizan | | e7 f6 | e8 f7 | | | E8 F7 | E9 F8 | |
| c) Piezas que necesitan una guía precisa y giran despacio | | g6 | | | G7 | | | |
| AJUSTES CON APRIETE | | | | | | | | |
| a) Para no transmitir esfuerzo notable y que puedan montarse y desmontarse sin deterioro | 1) Colocación a mano | h6 j6 | h7 | h11 | H7 J7 | H8 | H8 | H11 |
| | 2) Colocación con mazo | k6 m6 n6 | | | K7 M7 N7 | | | |
| | | | | | | | | |
| b) Para transmitir esfuerzos; desmontaje con deterioro | 1) Colocación con mazo | p6 r6 | | | P7 R7 | | | |
| | 2) Montaje con prensa o dilatación | r6 s6 x7 | u7 | | R7 S7 U7 | U8 X7 Z7 | | |
| | | | | | | | | |

Il·lustració 16 Taula de toleràncies. Font: Assignatura fabricació EEFE

1.6.9.2. Acabats

Si passem a parlar dels acabats superficials primer cal entendre la diferència amb les toleràncies i perquè és important no confondre'ls. Acabats i toleràncies estan relacionats, però no són el mateix. Les toleràncies depenen de la precisió de les màquines de fabricació, com els torns o les fresadores, i com que és impossible fer peces clavades en la xifra de les micres, internacionalment s'han establert uns marges oficials als que les màquines són capaces d'arribar a fabricar sempre dins de l'interval. Per

exemple si comprem un eix de 6mm h6, tindrem un eix el qual tindrà un diàmetre comprès entre 5,992 i 6,000 mm, constant.

Ara bé, constant sempre i quan la qualitat de l'acabat sigui excel·lent. L'acabat cal entendre'l amb una paraula clau: la rugositat. Son el conjunt d'irregularitats que queden en la superfície d'un material després d'haver-lo treballat. Es mesura amb un rugosímetre.

La rugositat de l'eix d'un motor elèctric és molt important per dos factors, la vida a fatiga i les pèrdues per fregament amb l'aire. En el segon cas, com més rugositat tingui l'eix, més superfície de fregament amb l'aire i més irregularitats per on l'aire el frenarà. I també com més grans siguin les ranures, més punts hi haurà per on es pot començar una fractura per fatiga.

1.6.9.3. Tractaments tèrmics

Un cop tenim l'eix mecanitzat, cal pensar com en podem elevar les propietats, sobretot les que més possibilitats tenen d'acabar trencant l'eix. I aquestes són la duresa i la resistència a fatiga. Cal anar amb compte, ja que depenent de quin tractament s'apliqui pot ser que es perdin les toleràncies prèviament fabricades, i caldrà tornar a mecanitzar la peça.

Com ja hem dit, l'acer és el material més utilitzat per fabricar els eixos dels motors elèctrics, i el més recomanat. Com a tal, el tractament més recomanat és el Tremp, que farà que augmentin les seves propietats mecàniques així com un augment de la duresa. Consisteix en escalfar la peça per sobre dels 910-915°C, depenent de l'acer. Aquesta temperatura transforma tota la perlita en austenita. Posteriorment es refreda ràpidament, ja sigui amb aire, aigua, oli o qualsevol fluid de propietats conegudes. Això transformarà l'austenita en martensita, aconseguint les propietats que buscàvem, major duresa i millors propietats mecàniques. Ara bé, per contra també trobarem una major fragilitat en la peça. Aconseguir uns valors o uns altres d'aquestes propietats dependrà del temps d'escalfament i del de refredament.

Posteriorment, per evitar un trencament degut a un eventual excés de fragilitat, es fa un revingut, que consisteix en escalfar un altre cop l'eix, deixar-la una estona controlada a certa temperatura i després refredar-lo. La temperatura a la que s'arribi és el que ens marcarà la duresa final de la peça. Els fabricants de motors recomanen una duresa mínima de 60 HRC, i per tant, es recomana un

revingut a una temperatura d'uns 200 °C, ja que una temperatura superior en reduiria massa la duresa i una d'inferior redueix molt poc la fragilitat. El temps estimat a la que s'ha de sotmetre l'eix seria d'una hora i mitja aproximadament. Amb aquest augment de la duresa fins a 60 HRC, en comparació amb una de 40 HRC, augmenta la vida a fatiga de l'eix fins a vuit vegades.

1.7. Segellat del motor

El conjunt on hi ha el rotor i l'estator és el punt clau d'un motor elèctric, i també el més delicat. És per això que cal tot l'espai estigui ben aïllat. Tant per evitar fuites que en cas que hi hagués un fluid a l'interior, evitar que entri aire i així s'incrementin les pèrdues per fregament amb aquest, i sobretot per evitar que entrin partícules que poden afectar negativament el funcionament del motor.

Pot semblar que és un aspecte de poca rellevància, però en indústries com la farmacèutica o l'alimentària una fuga d'un motor elèctric pot provocar milers d'infeccions o arribar a alguna cosa més greu. Aquests dos exemples són segurament els més extrems en el tema de la importància d'un correcte segellat d'un motor (segellat de l'eix concretament), però és per veure que és un tema a tenir en compte a l'hora de dissenyar un motor.

L'element més utilitzat són les juntes tòriques, les anomenades O-rings en anglès. Tenen l'avantatge del seu molt baix preu i pes, poden treballar amb un ampli rang de pressió i temperatura i tenen un muntatge molt fàcil. El que cal fer és una ranura a la carcassa del motor on introduir-la, de la mateixa manera que es fa amb els rodaments. El més important que cal tenir en compte a l'hora de fer servir una junta tòrica és la compressió a la que estarà sotmesa dins de la ranura del motor. Cal remarcar que l'objectiu és que la ranura pressioni la junta per impedir-ne la seva rotació, de manera que estigui constantment fregant amb l'eix. És a dir que cal controlar la pressió a la que es sotmet.



Il·lustració 17 Juntes tòriques. Font: Iberobotics.com

El primer que cal mirar és la interferència entre la ranura i la junta. El diàmetre del forat ha de ser lleugerament inferior al diàmetre exterior de l'anella per evitar fugues, però sense excedir-se. La interferència relativa ha d'estar entre el 2 i el 5 %, percentatge que surt de la fórmula $(D_{ext\ junta} - D_{ranura})/D_{ext\ ranura}$.

I l'altre factor relatiu a la pressió sobre la junta tòrica és el rati de compressió d'ella mateixa, que és el rati de la secció quan està comprimida i quan no ho està, valor que ha d'estar entre el 5 i el 30%.

Malgrat tots els avantatges i ampli rang de condicions de treball que ofereixen les juntes tòriques, tenen uns límits, que són:

- Temperatura per sota de -40°C i per sobre de 107°C .
- Pressió per sobre de 5,52 MPa
- Velocitat lineal de la superfície de l'eix per sobre de 3 m/s.

Aleshores també existeixen alternatives a les juntes tòriques, ja sigui perquè les característiques del segellat permeten la col·locació d'altres mètodes o bé perquè les condicions impedeixen les juntes tòriques. Les dues alternatives més utilitzades són els segellats de raspall i els de llavis.

Els segellats de raspall es fan servir normalment en el cas d'aire, però els avenços tecnològics han permès que també es puguin utilitzar amb fluids. Per segellar motors es col·loques diverses capes de filaments fets de materials com el Kevlar, que es degraden menys amb el temps i tenen menys fricció amb l'eix.

Els de llavis són com juntes tòriques però amb una mena de doble anella sortint amb el perfil dissenyat per encaixar en una ranura en la carcassa. Aquest sistema permet un millor segellat que amb una junta tòrica però augmenta la fricció amb l'eix.

1.8. Rodaments

Els rodaments són els elements que permeten el contacte entre la part mòbil i fixa del motor. Van encaixats a pressió amb l'eix i amb el seu suport exterior, a qui transmeten les forces provinents del mateix eix, absorbint aquestes. Mantenen sempre l'eix en la mateixa posició, permetent-li només un grau de llibertat en forma de rotació sobre el seu eix longitudinal, causant que sempre hi hagi el ja

anomenat air gap entre estator i rotor. Un altre punt important en els rodaments és mirar de tenir les mínimes pèrdues per fricció entre els seus components.

Els rodaments son una de les principals causes de fallada d'un motor elèctric, normalment degut a excessos en les càrregues que han de suportar. Altres causes de fallada d'un motor per culpa dels rodaments son una col·locació incorrecta (no estan perfectament concèntrics amb l'eix) o per un excés de velocitat angular.

A grosso modo podríem dir que tots els rodaments estan formats per dues anelles concèntriques, en la qual la interior va encaixada a pressió amb l'eix i la exterior amb la carcassa de la mateixa manera. El que diferencia una rodament amb els altres, a part de la mida, és el que hi ha entremig d'ambdues anelles. "Això" que trobem entremig és el que dona les propietats als rodaments i fa que siguin més adequats uns o altres per a cada ús. Existeixen dos grans grups de rodaments: els que tenen un fluid o els que tenen elements que roden.

1.8.1. Fluid

El primer grup son els que guarden un fluid entre les dues anelles, podent subdividir-ho en dos subgrups, ja que pot ser tan un líquid, com greix, o bé aire.

1.8.1.1. Aire

Tenen una capa buida entre mig, evitant qualsevol contacte entre sòlids, cosa que fa que redueixin molt el fregament. Els d'aire tenen una capa d'aire a pressió entre els dos anells, amb l'inconvenient que l'aire pot aguantar càrregues molt petites en comparació amb els de fluids o els de rodes. Això fa que s'utilitzin sobretot en casos en que es busca molta velocitat i hi ha càrregues de poca

consideració. També existeixen els magnètics, que les anelles es repelen entre sí i provoquen el mateix efecte que amb els que tenen la capa d'aire a pressió. Son capaços d'aguantar forces una mica superiors que els d'aire, però a l'hora d'utilitzar-los amb elements com un motor elèctric és important tenir en compte el camp magnètic que generen i la seva possible interferència amb els altres camps. Un exemple d'ús d'aquests rodaments seria el disc dur d'un ordinador.



Il·lustració 18 Rodament d'aire. Font: amazon.com

El principal inconvenient que tenen aquests rodaments, juntament amb les poques càrregues que son capaços de resistir, el trobem en la fabricació. El primer factor important és un bon segellat de les dues anelles, sobretot en els d'aire a pressió, per a que aquest no s'escapi i no entri brutícia. Estem parlant de capes d'aire extremadament primes, de l'ordre de 0,01 mm. Això ens porta al segon factor clau a tenir en compte amb la seva fabricació, i no és altre que les rugositats de les capes interiors de les anelles, les que estan en contacte amb l'aire. Si tenim una capa de 0,01 mm d'aire, és obvi que les rugositats s'hauran de controlar molt, i això n'incrementa el cost de fabricació.

Una altra manera d'instal·lar-los en aplicacions com precisament un motor elèctric és a aprofitar l'existència de la capa d'aire entre estator i rotor i allargar-la fins el final de l'interior del motor pròpiament dit. Vindria a ser un rodament cilíndric, en que es col·loquen dues anelles que segellin, podent ser juntes tòriques, i es fa circular aire a pressió per l'interior. Això n'incrementa la complexitat per haver de tenir aire a pressió en una superfície considerable dins del propi motor.

1.8.1.2. Fluids líquids

Els de fluids contenen un líquid entre les dues anelles, per tant també requerint d' un bon segellat. De la mateixa manera que amb l'aire ens trobem amb capes molt primes de fluid, de l'ordre d'unes 1000 vegades menys el diàmetre del propi rodament. El que lubrica les dues anelles és un oli o greix especial.

En aquest tipus de rodaments és molt important tenir en compte la calor generada pel fregament de les anelles amb el fluid, ja que aquesta calor depèn directament del quadrat de la velocitat de rotació, a més de la viscositat del fluid i de la càrrega aplicada. El funcionament d'aquests rodaments és que al principi hi ha contacte de sòlid amb sòlid, les dues anelles, ja que no hi ha gaire pressió sobre el fluid i aquest es reparteix per l'espai existent. Aleshores a mesura que augmenta la velocitat de rotació de l'eix, degut a les forces centrífugues i a les càrregues que pròpiament suporta el rodament, es va creant una pressió sobre el fluid provocant que es reparteixi en l'espai i fent que llisqui una anella respecte l'altre. D'aquest funcionament se'n poden extreure dues conclusions importants. La primera és que aquest tipus de rodaments provoquen una excentricitat, molt petita això sí. I passa



Il·lustració 19 Rodaments de fluid líquid. Font: machinerylubrication.com

perquè el volum del fluid no ocupa tot l'espai, i aleshores es crea un punt de màxima pressió on la capa del líquid és més petita, mentre que en l'espai diametralment oposat ens trobarem que no hi ha fluid. Els valors de pressió de que estem parlant estan entre els 0,5 i 3 MPa. És important saber-ho pel fet que no afecti a les propietats de viscositat del fluid. I reprenent el fil de les conclusions anem per la segona, que és veure que el moment en que s'inicia la rotació és el més crític, perquè hi ha contacte sòlid amb sòlid, i és quan es produeixen la majoria de desperfectes o trencaments en aquests rodaments. En aquest cas l'única solució és sempre començar amb revolucions baixes i anar pujant progressivament fins a la velocitat angular necessària per a que el fluid faci la seva funció.

1.8.2. Rodaments de rotació

Els rodaments de rotació son aquells que reparteixen la càrrega entre diferents elements que roten sobre si mateixos i que es situen entre les dues anelles, reduint la fricció al mínim. Aquests elements que roten poden ser boles, cilindres, cons... N'existeixen diferents tipus que s'utilitzen segons les característiques de la màquina on es col·loquen. Les diferències amb els tipus de rodaments vists fins ara son evidents: existeix contacte sòlid amb sòlid, la distància entre les dues anelles es molt més gran i, possiblement la més important, poden suportar càrregues axials importants. Tot sigui dit, aquesta última afirmació ja veurem que s'ha de puntualitzar.



Il·lustració 20 Rodament de boles. Font: rs-online.es

Els avantatges d'aquests rodaments son molts, i que es podrien resumir en que son els més complets. Tenen un cost relativament baix (les diferències de preus segons la mida son importants), n'hi ha de totes les mides, son lleugers, duradors, precisos i tenen friccions baixes. Son probablement els mes polivalents, tot i que on més s'utilitzen es en la indústria de l'automòbil i aeroespacial, perquè en aquesta última les temperatures tan baixes en les que es treballa fan que gairebé sigui impossible treballar amb fluids. Cal dir però que els de rotació també compten amb greix per afavorir la bona rotació entre tots els elements, cosa lògica ja que en mecànica qualsevol fricció entre dos sòlids

requereix d'una substància així. Recordem aquesta característica per recordar que l'espai entre les anelles necessita estar segellat, també per a que no entrin partícules nocives.

Com ja hem dit, dins dels rodaments de rotació n'hi ha de diferents tipus segons la forma dels components situats entre les dues anelles, per tant anem a conèixer-los una mica més en profunditat.

1.8.2.1. Rodaments de boles

Com el seu nom indica tenen boles com a elements de rotació, subjectades per una cadena de plàstic o d'algun metall lleuger per a que mantinguin les distàncies entre elles. Poden suportar càrregues importants tant radial com axialment, a més de la baixa fricció que existeix al haver-hi una superfície de contacte tant petita entre la bola i la superfície de l'anella. Al augmentar la càrrega es deformen les boles, augmentant també la fricció, i aquesta és la que limita les forces que pot suportar el rodament, ja que una deformació excessiva trenca tot el sistema.

Dins dels de boles en trobem algunes variacions per a aplicacions més específiques. És el cas dels de doble fila de boles, capaços d'aguantar més càrregues radials i millorar la concentricitat; els de doble fila auto alineant, per a casos en els que es tendeix a perdre la concentricitat fàcilment, com podria ser el d'un motor elèctric amb excentricitat; o els de contacte angular, que permeten suportar càrregues axials en una direcció.



Il·lustració 21 Rodament de boles de doble fila. Font: fersa.com

1.8.2.2. Rodaments de cilindres



Il·lustració 22 Rodament de cilindres. Font: comserprorodamientos.com

El més usats juntament amb els anteriors de boles. Com bé indica el seu nom, canvia les boles per cilindres en el seu interior, cosa que ofereix uns valors de resistència de càrregues majors que amb les boles, a canvi d'augmentar-ne també la fricció al haver-hi més superfície de contacte. També son capaços d'aguantar càrregues axials en una sola direcció, com els de boles. Tenen també el seu sub-tipus que permeten l'auto alineament.

També existeixen els cònics, els quals tenen l'avantatge de que l'espai que ocupa el rodament es redueix, ja que aprofiten més l'espai en diagonal. Això sí, requereixen d'una molt bona concentricitat entre ambdues parts.

1.8.3. Com triar els rodaments?

Degut a les seves característiques ja explicades i a les d'un motor elèctric, prendrem per suposat que sempre farem la selecció de rodaments dins dels de rotació quan parlem d'un motor elèctric, ja siguin de boles, cilindres o cònics.

El primer pas per seleccionar els rodaments serà mirar quin diàmetre té l'eix on aniran col·locats, ja que serà la primera mesura bàsica de selecció. Generalment tenen una tolerància P6 en el seu diàmetre interior, però cal revisar-ho perquè pot canviar amb el fabricant i aleshores caldrà adaptar la tolerància de l'eix. Dins de tots els de boles amb el diàmetre interior corresponent, caldrà agafar el que tingui menor diàmetre exterior que sigui capaç de suportar les càrregues i el moment, ja que busquem tenir el mínim espai ocupat pels rodaments.

1.8.3.1. Càrregues

El primer que buscarem en les característiques d'un rodament és òbviament que resisteixi a les càrregues a les que serà sotmès. El paràmetre donat pel fabricant s'anomena capacitat de càrrega bàsica, identificat amb la lletra C, i correspon al valor màxim de càrrega radial o axial que podrà resistir el rodament per a un 1.000.000 de cicles en kN. Aquest nombre és teòric, ja que hi ha factors que el poden modificar.

1.8.3.2. Vida a fatiga

Tal com ja s'ha comentat anteriorment, els rodaments son una de les dues principals causes de fallades i/o trencaments de motors elèctrics. Per tant és important controlar-los periòdicament i substituir-los quan toca, ja que el cost de canviar cada cert temps un o dos rodaments és molt inferior al d'haver d'arreglar tot el motor en cas que esperem massa i aquest trenquin. Ara falta per

saber amb una mica de precisió què vol dir cada cert temps. Bé, què vol dir no, millor dit quina quantitat de temps és.

Per calcular la vida real a fatiga que tindrà el rodament caldran tres factors. El primer és C, la capacitat de càrrega bàsica explicat anteriorment. El segon és P, que està explicat tot seguit. I finalment hi trobem p, un últim factor explicat a continuació també.

Per trobar el paràmetre P, la càrrega dinàmica equivalent del rodament, primer cal mirar la relació entre la càrrega axial i radial, i aleshores podrem diferenciar dos casos. La relació és la divisió de l'axial entre la radial (F_a/F_r). Si el resultat és igual o menor a 2.35, s'utilitzarà l'expressió (1), i el resultat és major a 2.35 es farà servir la (2).

- **Expressió (22.1) [$F_a/F_r \leq 2,35$]**

$$\text{Càrrega dinàmica equivalent (P): } P [kN] = X * F_r + Y * F_a \quad (\text{Eq. 22.1})$$

On X és el factor adimensional de càrrega radial, Y el mateix però amb la càrrega axial mentre que F_r i F_a son les càrregues reals radials i axials respectivament.

- **Expressió (22.2) [$F_a/F_r > 2,35$]**

$$\text{Càrrega dinàmica equivalent (P): } P [kN] = 0,97 F_r + F_a \quad (\text{Eq. 22.2})$$

I falta el tercer factor, p, l'exponent de l'equació que pren un valor de 3 per a rodaments de boles i de 3,33 per a rodaments de cilindres.

L'expressió final és:

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^p \quad (\text{Eq. 23})$$

On el resultat final ens donarà els milions de revolucions que aguantarà el rodament.

En el cas que tinguem un motor que gira a velocitat constant podem trobar les hores de funcionament dels rodaments, donades per l'expressió:

$$L_{10h} = \frac{10^6}{60n} L_{10} \quad (\text{Eq. 24})$$

On n és la velocitat de gir en rpm.

1.8.3.3. Capacitat de càrrega estàtica bàsica

Un altre factor donat pel fabricant que també pot ser limitant. La seva expressió és:

$$\text{Càrrega estàtica equivalent } (P_o): \quad P_o \text{ [kN]} = F_a + 4.35 F_r \quad (\text{Eq. 25})$$

1.8.3.4. Velocitat angular límit

Una altra característica donada pel fabricant i que cal mirar per saber si servirà pel nostre motor és la velocitat angular límit, normalment donada en rpm.

1.8.3.5. Temperatura

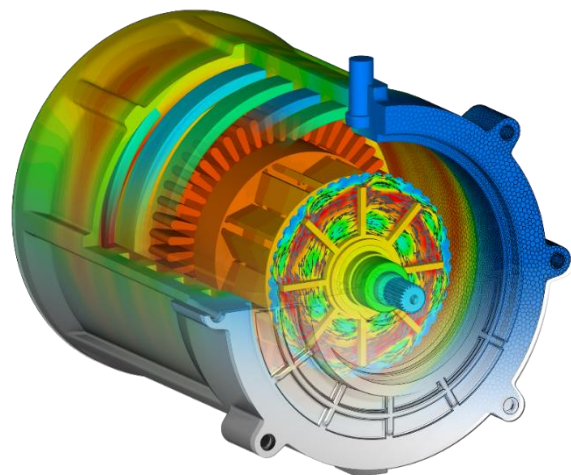
És un factor que no acostuma a ser limitant, però que sempre cal tenir en compte. Normalment els fabricants tenen per a tots els seus rodaments una temperatura màxima de treball al voltant dels 120°C. Hi ha rodaments especials per a temperatures superiors a aquest valor.

1.8.3.6. Moment

Per si sol no sol ser un factor limitant a l'hora de seleccionar un rodament, ja que aquests en principi son capaços d'aguantar qualsevol valor de moment degut a la seva baixa fricció i existència d'un contacte sòlid, sent la velocitat angular el limitant. En aquest apartat s'hi podrien incloure les pèrdues que poden originar la fricció dels rodaments en el moment de l'eix, però generalment s'obvien degut a la seva mínima afectació.

1.9. Refrigeració

Quan es fa funcionar qualsevol màquina aquesta té unes pèrdues importants d'energia en forma de calor. Provenen del fregament entre els seus components i d'altres causes menors, però la majoria són degudes a l'anomenat efecte Joule. Aquest ens diu que en qualsevol material per on es faci circular corrent elèctric, part de l'energia cinètica dels electrons es transformarà en calor que es dissiparà, fent que augmenti la temperatura dels elements del seu voltant. Un excés de calor produït per aquest fet en un motor elèctric pot provocar el trencament prematur dels rodaments, la dilatació de components i en conseqüència la pèrdua de toleràncies i possibles trencaments o l'augment excessiu de la resistència dels



Il·lustració 23 Gradients de temperatura d'un motor elèctric. Font: web.altair.com

conductors, entre altres efectes. Aquests efectes es poden resumir en una reducció de les prestacions del motor i fins i tot en el trencament prematur del motor. I això (tenint en compte que un motor elèctric normalment es dissenya per a una vida infinita) és crític. Per tant és important que qualsevol motor tingui un sistema eficient que dissipï la calor que genera i sempre pugui treballar en un rang de temperatures controlat.

El primer que cal fer és un estudi tèrmic de les temperatures que s'assoleixen, en quins punts del motor s'arriba a cadascuna i finalment es dissenya el sistema de refrigeració en funció d'ambdós paràmetres. Fer un estudi tèrmic complet d'un motor elèctric, o de qualsevol altra màquina, és un problema molt complex, ja que cal treballar en 3 dimensions amb rangs bastant grans de temperatura, tenint en compte geometries complexes com ranures i formes no uniformes, conductivitats molt variades de tots els materials que formen el motor i més que probables fluxos turbulents d'aire, entre altres. Existeixen tres maneres d'extreure calor: per conducció, convecció i radiació.

1.9.1. Tipus de refrigeració en un motor elèctric

El sistema de refrigeració d'un motor elèctric, i el de qualsevol màquina, es pot dividir en dos grans grups: refrigeració activa o passiva. I que sigui una o l'altra dependrà de la calor generada i de l'eficiència del sistema. En la naturalesa existeixen tres maneres d'extreure calor: conducció, convecció (natural o forçada) i radiació.

1.9.1.1. Passiva

Els sistemes de refrigeració passiva són propis de motors amb pèrdues baixes, de poca potència. Es diuen passius perquè no tenen cap sistema que impulsi l'aire o un líquid refrigerant, com podria ser un ventilador o una turbina. La manera que tenen de dissipar calor és bàsicament per conducció, fent que els components del voltant del nucli, per on passa el corrent elèctric, absorbeixin el calor generat i el condueixin fins a la carcassa, on allà es dissiparà per radiació i convecció natural. La part positiva d'aquest tipus de sistemes és que el motor és més eficient, ja que no ha de consumir energia per fer funcionar elements com ventiladors o turbines, anomenats anteriorment. La part negativa ja s'ha comentat, que només es pot aplicar a un nombre limitat de motors, aquells de poca potència que tenen pèrdues petites. Per a motors pesats i potents una refrigeració activa és obligatòria.

1.9.1.2. Activa



Il·lustració 24 Exemple de ventilador de motor elèctric. Font: indiamart.com

La refrigeració activa es diu així per la presència d'algun element que requereix d'energia externa per funcionar, tals com els ja esmentats ventiladors o turbines. Aquests elements s'encarreguen de fer circular l'aire o el fluid de refrigeració escollit pels diferents conductes de ventilació i/o per la superfície exterior de la carcassa. És una part dels motors elèctrics que s'ha desenvolupat molt en els últims anys, paral·lelament amb l'augment de potència dels propis

motors, ja que com és lògic quanta més potència tingui el motor, més calor generarà i més en caldrà dissipar. La part negativa és la d'haver de "dirigir" una part de l'energia elèctrica que entra cap a l'element que s'encarrega de refrigerar el motor, reduint-ne així l'eficiència d'aquest.

1.9.2. Determinació de la quantitat de calor a dissipar

El primer que cal conèixer és quina quantitat de calor s'ha de dissipar, per poder dissenyar correctament el sistema de refrigeració que sigui capaç de dissipar-la. Coneixent el funcionament d'un motor elèctric, podem dividir les pèrdues en dues parts: les que es produeixen en els bobinats de coure (Cu) i les generades en l'acer magnètic.

1.9.2.1. Coure

Provenen de la fórmula bàsica per calcular les pèrdues per efecte Joule, que depenen de la intensitat del corrent que hi fem circular. La potència perduda en W es troba amb:

$$P = I^2 * R \quad (Eq. 26)$$

La intensitat és una variable que mai és constant en un mateix motor ni molt menys en tots els motors. Pel que fa a la resistència, si estem parlant de cables de coure, si que serà sempre la mateixa, i l'únic que variarà serà la secció i longitud del cable. Aleshores podem començar per trobar la resistència del bobinat de coure com:

$$R = \rho \frac{l}{S} \quad (Eq. 27)$$

En que ρ és la resistivitat del coure, de valor $1.71 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$ a 20 graus. La l correspon a la longitud del cable i s a la seva secció, en m i m^2 respectivament. Si ho inserim a la fórmula primària de les pèrdues queda:

$$P = I^2 \rho \frac{l}{s} \quad (Eq. 28)$$

Que es pot simplificar aplicant el concepte de la densitat de corrent, simbolitzada amb la lletra J i que es calcula: $J=I/s$. Aleshores substituint la intensitat en la fórmula de la potència tenim:

$$P = s^2 J^2 \rho \frac{l}{s} = s J^2 \rho l = V J^2 \rho \quad (Eq. 29)$$

Ens queda una expressió amb les variables del volum de cable de coure en metres cúbics, de la resistivitat del material (normalment coure) i de la densitat de corrent. Aquesta sol variar entre 5 i 3 A/mm².

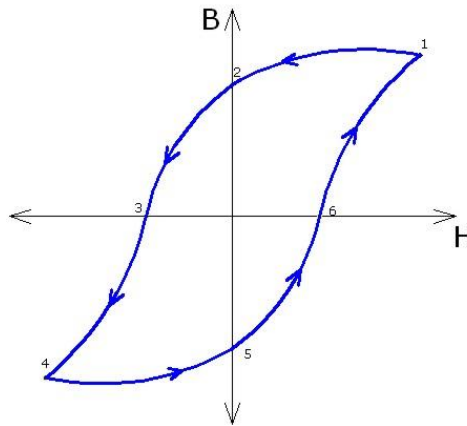
1.9.2.2. Acer

Les pèrdues en l'acer son degut a la seva histèresis (esforç en forma d'energia que cal fer per magnetitzar un material) i a les ja conegudes corrents de Foucault.

Les pèrdues per histèresi corresponen a l'àrea de la corba d'histèresi, la que apareix en el gràfic. Es poden calcular aproximadament amb:

$$P_h = K_h * f * B_m^\alpha \quad (Eq. 30)$$

En aquesta expressió K_h i α son unes constants pròpies de l'acer, f és la freqüència del corrent i B_m és el camp magnètic induït màxim.



Il·lustració 25 Esquema de la histèresi. Font: Viquipèdia

Les pèrdues de Foucault són:

$$P_F = K_F * f^2 * B_m^2 * a^2 * \sigma \quad (\text{Eq. 31})$$

On K_F és una constant, f freqüència, B_m valor màxim d'inducció, a espessor capes i σ conductivitat.

Tot multiplicat pel volum del ferro són les pèrdues. La potencia està limitada per la temperatura. Que vol dir pel corrent i camp magnètic que s'aplica.

I ara la pregunta és: fins a quina temperatura arriba la màquina?

Si es fes funcionar al buit, la temperatura de la màquina pujaria de manera constant fins que arribés al punt que es fes malbé per excés de calor. El que passa és que està envoltada d'algun fluid refrigerant, encara que sigui l'aire d'una refrigeració passiva. Aleshores el que passa és que la temperatura puja fins a arribar a l'anomenat punt d'equilibri tèrmic, que es considera quan la temperatura del motor no puja més de 2 Kelvin l'hora. Òbviament no s'arriba a aquesta temperatura de cop quan s'enega, sinó que comporta un temps fins que s'igualen les temperatures del motor i del fluid.

1.9.3. Conducció

Una part del calor s'extraurà per conducció a través dels materials que hi ha al voltant de les fonts de calor fins arribar a la superfície exterior. Per trobar la quantitat de calor transmesa per conducció cal utilitzar l'equació de Fourier. Diu això:

$$\frac{Q}{\Delta t} = -k * \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (\text{Eq. 32})$$

En la seva forma diferencial:

$$\frac{k}{\rho c_e} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{\dot{q}}{\rho c_e} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{Eq. 33})$$

Si ara ho passem a coordenades cilíndriques i traiem factors comú:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(k * r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(k * r^2 \frac{\partial T}{\partial \varphi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k * \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{q} = \rho c_e \frac{\partial T}{\partial t} \quad (\text{Eq. 34})$$

Com que tenim dues derivades, integrarem dos cops. I ens queda:

$$T(r) = T_s + \frac{\dot{q}}{4k} r_o^2 \left(1 - \frac{r^2}{r_o^2} \right) \quad (\text{Eq. 35})$$

Ro i r son els radis inicials i finals de cada capa de material entre les fonts de calor i i la superfície exterior.

La constant k (també simbolitzada com a λ) W/mK de diversos materials és:

| Material | k | Material | k |
|----------|-----------|----------------|-------------|
| Acer | 47-58 | Estany | 64 |
| Aigua | 0,58 | Fibra de vidre | 0,03-0,07 |
| Aire | 0,02 | Ferro | 80,2 |
| Alumini | 237 | Liti | 301,2 |
| Bronze | 116-186 | Or | 308,2 |
| Plata | 406,1-418 | Coure | 372,1-385,2 |

Taula 2 Valors de la constant k de diverses substàncies. Font: pròpia

1.9.4. Convecció

1.9.4.1. Convecció natural

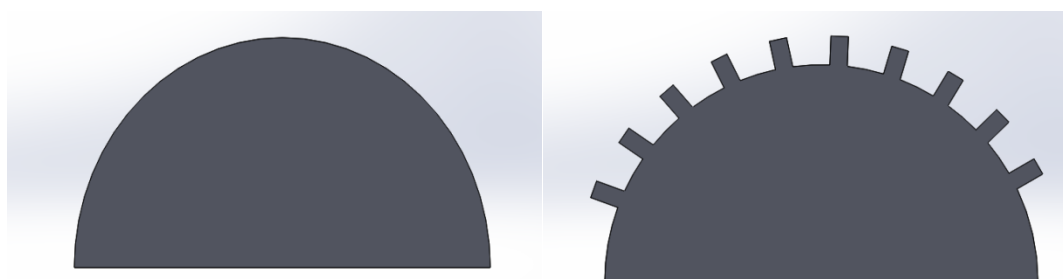
Com ja hem dit, aquest tipus de refrigeració es per motors de poca potencia que tenen poques pèrdues i consegüentment, poca calor per evacuar. L'expressió bàsica que ens diu quina quantitat de calor s'expulsarà amb aquest mètode es:

$$\dot{q} = h * A_s * (T_s - T_a) \quad (\text{Eq. 36})$$

Aquesta calor s'evacua de manera natural des de dins el motor cap a fora, tenint com a punt final la carcassa. A l'apartat de disseny de la carcassa també es parlarà de la funció de refrigeració d'aquesta peça. Per tant aquí ho comentarem només una mica. Però no només es dona en la superfície aquest fenomen. Si es fan forats en la carcassa per on hi pugui passar l'aire, aquest arribarà fins als focus de calor i també es produeix una refrigeració per convecció natural.

Però tornant a l'evacuació per la carcassa. La calor arriba fins a aquesta per conducció, tal com hem explicat abans, i a la carcassa és produeix l'intercanvi amb l'aire. Si ens fixem en la fórmula, veiem que la h és una constant que depèn del material, per tant només canviant el material es pot canviar.

El gradient de temperatures per molts canvis que es facin seguirà sent el mateix, es podria augmentar bé baixant la potència del motor o bé refredant el seu entorn, opcions no gaire factibles. Per tant només queda la variable de la superfície, que cal maximitzar per fer el mateix amb la quantitat de calor evacuada. I la manera de fer-ho és dissenyar el màxim tram possible de peça amb un perfil d'aletes. Per posar un exemple ràpid:



Il·lustració 26 Carcassa amb i sense aletes. Font: pròpia

Dues carcasses de radi 15 cm. En la de la dreta, sense aletes, tindrem un perímetre exterior de 9,4 cm. En la de l'esquerra, amb 10 aletes, el perímetre serà de 49,4 cm, cinc vegades més.

1.9.4.2. Convecció forçada

Es tracta de fer entrar el cabal necessari d'aire en els conductes de refrigeració per a que aquest absorbeixi el calor i el transporti fins a l'exterior. Sempre amb la mateixa equació que a la natural. Cal calcular el cabal d'aire.

Un mètode es col·locar un ventilador al rotor a l'air gap. Això fa moure l'aire i n'expulsa el calor. Un altre objectiu també es fer circular aire per la carcassa així es trenca la capa límit i es crea una major convecció.

Per que un ventilador? Un ventilador no refreda, només mou l'aire. Si l'aire de la superfície en contacte amb la Font de calor arriba a una determinada temperatura, el ventilador expulsarà aquest aire canviant-lo per aire més fred, esperant a que torni a absorbir calor i tornar a començar el cicle. Si ens fixem en la fórmula, el que fa es mantenir la temperatura el més baixa possible, si no hi hagués ventilador la T pujaria i hi hauria menys transferència de calor.

Per saber la quantitat de calor que podem extreure amb el ventilador caldrà utilitzar la fórmula següent:

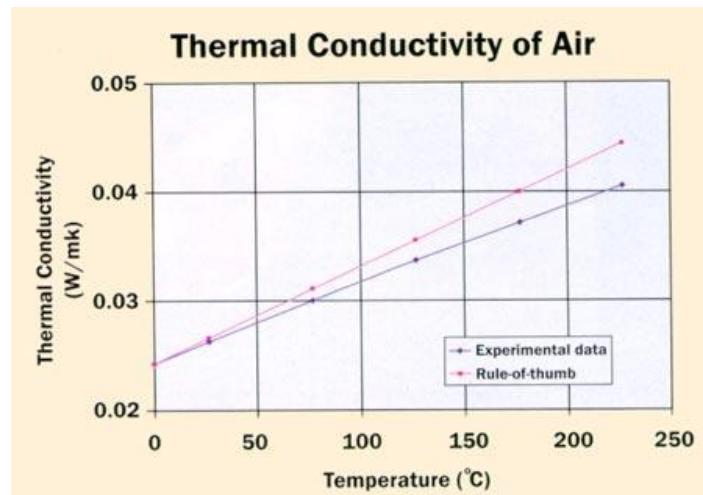
$$\dot{Q} = \dot{m} * c_e * \Delta T \quad (\text{Eq. 36})$$

On \dot{m} és el cabal màssic d'aire en kg/s, c_e és el calor específic de l'aire, corresponent al valor de 1,012 kJ/Kg*K i ΔT és la diferència de temperatures entre la superfície per on surt la calor i la de l'aire que entra al motor. La calor extreta es podrà mesurar en kW.

Ara falta trobar quin cabal màssic és capaç de donar el ventilador, que vindrà determinat per l'expressió següent:

$$\dot{m} = v * A \quad (\text{Eq. 37})$$

On v és la velocitat de l'aire en m/s que surt del ventilador i A és l'àrea efectiva del ventilador en metres quadrats.



Il·lustració 27 Conductivitat tèrmica de l'aire. Font: Engineeringtoolbox.com

També es pot fer servir un líquid. Els líquids tenen major coeficient de conductivitat tèrmica que l'aire, per això que a vegades cal utilitzar un fluid enlloc de l'aire. Ara bé, cal tenir en compte les propietats elèctriques del líquid, la seva convivència amb els components del motor i el seu impacte ambiental. A l'hora d'utilitzar un líquid cal fer un circuit tancat.

| Coolant Chemistry | Freezing Pt. (°C) | Flash Pt. (°C) | Viscosity $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ | Thermal Conductivity $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ | Specific Heat $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ | Density $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ |
|---|-------------------|----------------|---|---|---|---------------------------------------|
| Aromatic (DEB) | < -80 | 57 | 0.001 | 0.14 | 1700 | 860 |
| Silicate-ester (Coolanol 25R) | < -50 | > 175 | 0.009 | 0.132 | 1750 | 900 |
| Aliphatic (PAO) | < -50 | > 175 | 0.009 | 0.137 | 2150 | 770 |
| Silicone (Syltherm XLT) | < -110 | 46 | 0.0014 | 0.11 | 1600 | 850 |
| Fluorocarbon (FC-77) | < -100 | None | 0.0011 | 0.06 | 1100 | 1800 |
| EG/Water (50:50 v/v) | -37.8 | None | 0.0038 | 0.37 | 3285 | 1087 |
| PG/Water 50:50 (v/v) | -35 | None | 0.0064 | 0.36 | 3400 | 1062 |
| Methanol/Water 40:60 (wt./wt.) | -40 | 29 | 0.002 | 0.4 | 3560 | 935 |
| Ethanol/Water 44:56 (wt./wt.) | -32 | 27 | 0.003 | 0.38 | 3500 | 927 |
| Potassium Formate/Water 40:60 (wt./wt.) | -35 | None | 0.0022 | 0.53 | 3200 | 1250 |
| Ga-In-Sn | -10 | None | 0.0022 | 39 | 365 | 6363 |

Il·lustració 28 Taula amb les principals propietats dels líquids refrigerants més comuns. Font: engineeringtoolbox.com

Si comparem els valors dels fluids refrigerants amb els de l'aire a uns 20-30 graus veiem que les diferències són importants. En la taula següent veiem les propietats d'alguns dels fluids refrigerants més utilitzats. Pels líquids ens cal una bomba, de la qual en podem saber el seu cabal de la mateixa manera que amb un ventilador.

L'aigua té unes excel·lents propietats en aquest sentit, però el problema és que no pot estar en contacte amb certs

components per problemes de que no pot estar en contacte amb l'electricitat.

Hi ha diferents tècniques. Una pot ser fer petites ranures a través de les bobines que no estiguin directament en contacte amb els cables conductors. Una altra és submergir completament rotor i estator en el líquid, sempre i quan siguin compatibles. A més així es col·loca la bomba a l'exterior.

1.9.5. Radiació

Es tan petita que es deprecia

1.10. Carcassa

La carcassa, tot i que pot semblar que només és l'element de protecció del motor, té altres funcions igualment claus.

La primera és la funció estructural. L'estator i el rotor necessiten una base on recolzar-se degut a la seva forma cilíndrica. Tanmateix també serveix per recolzar els rodaments, i per tant l'eix.

La segona és, com ja hem dit, la protecció. Protecció per a que qualsevol persona o animal no entri en contacte amb les parts del motor per les quals pot circular gran voltatge o corrent, i protecció també per aquests mateixos objectes contra partícules nocives exteriors. En aquest grup partícules nocives s'hi inclouen tot tipus de brutícia, aire brut, aigua, sorra... Pot ser que alguns motors també incloguin certs components electrònics, els quals requereixen la protecció que els hi ofereix la mateixa carcassa.



Il·lustració 29 Exemple de carcassa. Font: spanish.alibaba.com

Una altra funció és la de refrigeració. La carcassa és la superfície més externa del motor, i per tant la que està en contacte amb el medi a través del qual s'ha de produir l'evacuació de la calor. Aleshores, recuperant l'apartat de la refrigeració, caldrà que la carcassa tingui la màxima superfície possible per extreure el màxim de calor. Per això que normalment les carcasses dels motors elèctrics tenen tot un seguit d'aletes per precisament aconseguir la màxima superfície. A més, també poden incloure forats en cas de la refrigeració per aire. I sense sortir de la refrigeració, també pot ser que hi hagi un líquid refrigerant que banyi tot o certes parts del motor, i necessita protecció física per a que no escapi del seu espai.

1.10.1. Materials i fabricació

Estan fetes d'algun metall, precisament per conduir la calor i poder evacuar-la de l'interior del motor. El material més usat són els aliatges d'alumini, per intentar afegir el mínim de pes i tenir millor conductivitat tèrmica, comparat amb l'acer. L'alumini té una conductivitat tèrmica unes quatre vegades major que l'acer. Ara bé, els aliatges d'acer resistiran més forces i seran més barats. Tot és qüestió de mirar les característiques del motor i decidir quin és l'adequat. Tot i els desavantatges anomenats, els motors més potents tenen la carcassa d'algun aliatge d'acer, ja que pot resistir més forces. I un dels components que formen aquests aliatges és el grafit (carboni, C), ja que absorbeix molt millor les vibracions i a més ajuda a augmentar la conductivitat tèrmica del material, a més d'oferir una major resistència a les forces aplicades.

Tant per aliatges d'acer com d'alumini, els mètodes més utilitzats a l'hora de fabricar les carcasses de motors elèctrics són l'extrusió i la combinació de torn i fresa CNC. Tot i això, amb els últims avenços en tecnologies de fabricació dels anys més recents, podem trobar nous mètodes, encara que de moment no estiguin gaire estesos. El primer és la fabricació amb làser, amb el qual s'aconsegueix molta més precisió i velocitat que amb les CNC, així com també s'evita el desgast de les eines. La fabricació per làser potser si que ja comença a estar bastant estès, així que ja es podria parlar del tercer mètode de fabricació de carcasses. I finalment en trobem un que gairebé podríem qualificar d'experimental, perquè encara que ja existeix en algunes indústries, el seu elevat cost i gran duració per fabricar una peça de mides considerables fa que carcasses encara se'n facin molt poques, però hi ha previsió de fort creixement d'aquest mètode en els propers anys. Estem parlant de la impressió 3D de metalls, que degut a les geometries complicades de les carcasses serà una benedicció pels seus fabricants. Aquest mètode té el principal avantatge que estalvia molt de material, ja que gairebé que només utilitza el que conforma la carcassa.

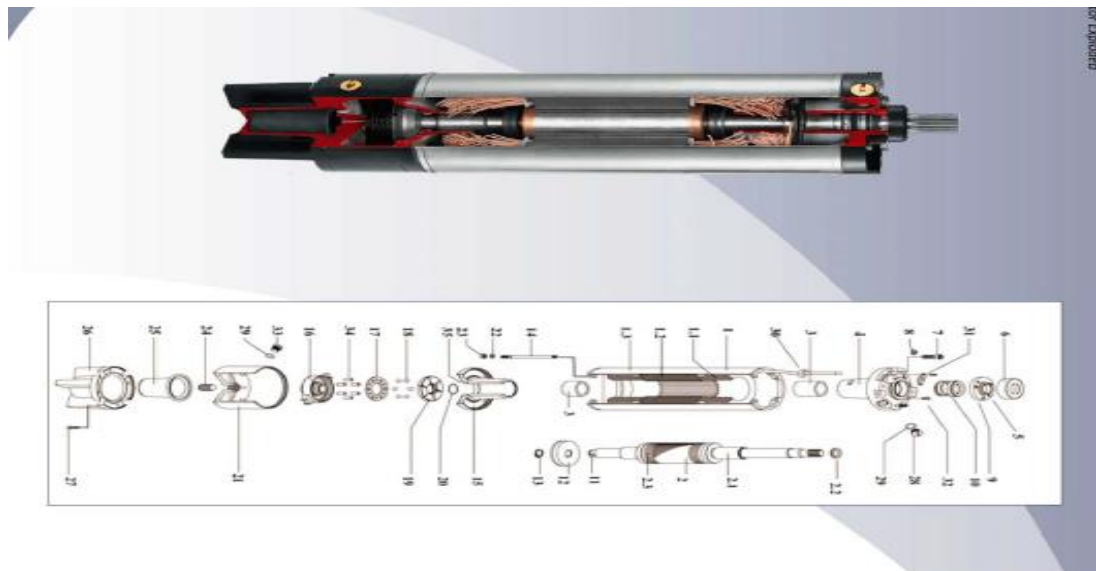
Càlcul d'un cas real

I ja per acabar aquest treball què millor que triar un cas real per poder posar en pràctica tota la teoria anteriorment explicada.

En el cas escollit per fer un exemple real tenim un motor submergible per a moure una bomba hidràulica acoblada. El motor pot anar tant en posició vertical com horitzontal. Les seves característiques son les següents:

- Parell nominal: 42 Nm
- Velocitat màxima de treball: 3500 rpm
- Tensió màxima: 630 V
- Corrent nominal: 22 A
- Eficiència: 97.1 %
- Entreferro: 0.5 mm

A aquestes dades li hem de sumar les que ens dona el fabricant sobre les característiques de la bomba i el propi motor. La imatge exterior del motor és aquesta, juntament amb el seu esquema interior, tot extret del catàleg del fabricant.



Il·lustració 30 Parts del motor del cas real. Font: Sacipumps.com

| Nº | PARTE DE LA LISTA <i>Part Name</i> | MATERIAL <i>Material</i> |
|-----|---|--|
| 1 | STATOR / Stator | P. MAGNET + ACERO |
| 1.1 | BOBINADO / Winding wire | Cu + PVC - P.P |
| 1.2 | NUCLEO MAGNETICO / Stator package | PLANCHA MAGNÉTICA / Magnetic Seal |
| 1.3 | CAMISA STATOR / Stator shell | INOX AISI 304 |
| 2 | ROTOR / Rotor | P. MAGNET + Cu + ACERO |
| 2.1 | CASQUILLO EJE / Shaft sleeve | St 37 (RECUBIERTAS CrNi / Coated CrNi) |
| 2.2 | ANILLO / Balance ring | St 37 |
| 2.3 | ANILLO CORTOCIRCUITO / Copper ring | Cu |
| 3 | COJINETE RADIAL / Radial bearing | GRAFITO / Carbon |
| 4 | SOPORTE SUPERIOR / Upper bearing body | GG20-22 |
| 5 | GUIA LABERINTO / Bushing | BRONCE / Bronze |
| 6 | SALVA ARENA / Slinger (sand guard) | NBR EPDM |
| 7 | TRONILLO SOPORTE SUPERIOR / Hexagon socket cap screws | Inox 304 - A - 2 |
| 8 | ARANDELA / Copper ring | Cu |
| 9 | TAPA CIERRE / Cover seal | INOX AISI 420 |
| 10 | CIERRE MECÁNICO / Mechanical seal | CERAMICA CARBONO / Ceramic Carbon |
| 11 | CHAVETA / Axial thrust bearing key | AISI 420 |
| 12 | DISCO FRICCIÓN AXIAL / Axial thrust bearing | GRAFITO / Carbon With Antimony |
| 13 | ANILLO SEGGER / Retaining ring | St 37 |
| 14 | TIRANTE / Tie rod | Inox 304 4-2 |
| 15 | SOPORTE COJINETE INFERIOR / Lower bearing body | GG20-22 |
| 16 | SOPORTE COJINETE AXIAL / Thrust bearing support | GG20-22 |
| 17 | JAULA DE ESFERAS / Ball holder | St 37 (RECUBIERTAS Cr+3 / Coated Cr+3) |
| 18 | ESFERAS / Thrust bearing ball | Inox |
| 19 | SEGMENTOS AXIAL / Tilting pads | AISI 420 |
| 20 | TORICO / O-ring | NBR 70 |
| 21 | CUERPO COJINETE AXIAL / Thrust bearing body | GG20 - 22 |
| 22 | ARANDELA / Copper ring | Cu |
| 23 | TUERCA / Nut | Inox 304 - A - 2 |
| 24 | TORNILLO (Regulación Axial) / Screw (thrust bearing base) | Inox 304 - A - 2 |
| 25 | MEMBRANA / Membrane | NBR-EPDM |
| 26 | BASE / Membrane body | GG22 |
| 27 | TORNILLO BASE / Hexagon socket cap screws | Inox 304 - A - 2 |
| 28 | VÁLVULA / Check-valve | BRONCE / Bronze |
| 29 | TOORICO / O-ring | NBR 70 |
| 30 | JUNTA CABLE / Cable seal | NBR |
| 31 | TAPA PRENSACABLE / Seal cover | AISI 304 |
| 32 | TORNILLO TOMA TIERRA / Nut | Inox 304 - A - 2 |
| 33 | TAPÓN VACIADO (r 3/8") / Plug (r 3/8") | BRONCE / Bronze |
| 34 | FIJADORES JAULA ESFERAS / Ball holder pins | Inox |

Il·lustració 31 Nom de les parts del motor elèctric. Font: Sacipumps.com

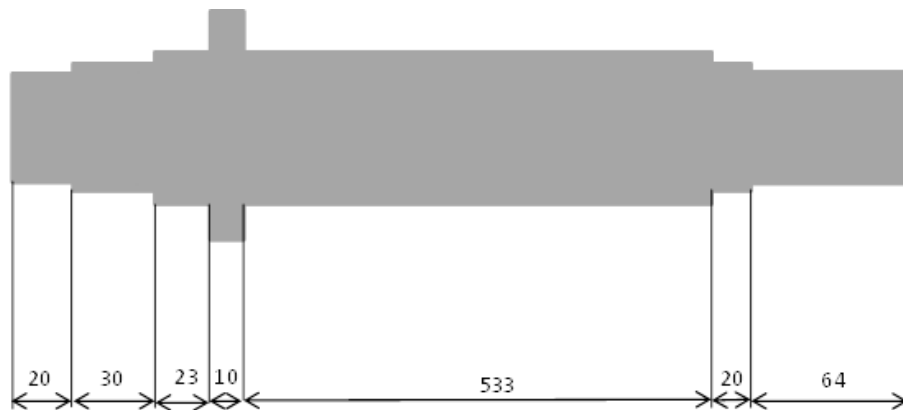
1.11. Eix

Estem parlant d'un motor que pot anar submergit en aigua, incloent aigua salada, per tant la decisió sobre el material és bastant obvia, haurà de ser d'acer inoxidable, igual que la carcassa i qualsevol element d'acer en contacte amb l'aigua. Com s'ha dit a la taula de selecció de materials, l'acer inoxidable més utilitzat en motors elèctrics és el DIN 1.4301.

Pel que fa als diàmetres i llargades tenim unes mides que hem de respectar i a les quals hem d'adaptar-hi l'eix. Si considerem que la tenim l'eix en forma horitzontal i la bomba es col·loca a la dreta, començarem per aquí i anirem cap a l'esquerra.

La primera mesura a tenir en compte és el diàmetre en el punt on s'acobla la bomba, que ha de ser de 25,4 mm. Després hem de col·locar el primer rodament radial, així que busquem el primer múltiple de 5, és a dir 30 mm. Tot seguit trobem un altre diàmetre ja predeterminat, els 35 mm on ha d'anar el rotor. Ara cal col·locar un rodament axial amb un sortint que eviti que es desplaci axialment. La raó de la mida d'aquest sortint i la del diàmetre interior del rodament axial estan explicades a l'apartat de selecció de rodaments. Després tornem a un altre tram de 30 mm de diàmetre on anirà el disc de fricció i finalment el tram on anirà el segon rodament axial, de 25 mm de diàmetre. A més en total l'eix ha de fer 700 mm.

Aquestes mides no son definitives, ja que s'ha de comprovar que resisteixin tots els esforços i donin a l'eix una vida infinita. El plànol el podem trobar a l'annex FHGVHGBDM.



Il·lustració 32 Longitud dels trams de l'eix. Font: pròpia

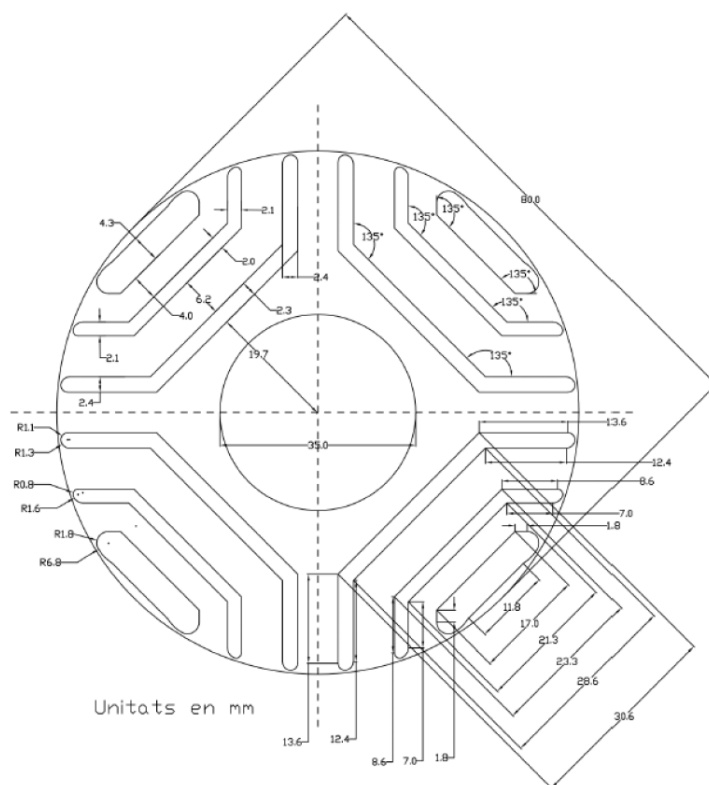


Il·lustració 33 Diàmetres de l'eix. Font: pròpia

1.11.1. Forces sobre l'eix

1.11.1.1. Rotor

El rotor és l'element que interactua amb l'estator i que va col·locat al tram central de l'eix. Té unes mides i un material determinat pel fabricant de la part elèctrica del motor. La seva secció és:



Il·lustració 34 Secció del rotor. Font: sacipumps.com

A més també ens donen la llargada, que serà de 0,5 m. Cal trobar-ne el seu volum i posteriorment el seu pes per saber quina força farà sobre l'eix. Simplificarem tot aquest pes en una única força ubicada al centre del tram central de l'eix.

Àrea rotor sense ranures: 0,00406 m²; àrea ranures: 0,001205 m²; àrea total: 0,002859 m²; volum total: 0,001486 m³; densitat acer elèctric: 7650 kg/m³; massa del rotor: 11,37 kg

El volum màxim del propi eix és d'aproximadament 0,001m³, i suposarem que ocupa tot el volum. Amb una densitat de l'acer DIN 1.4301 de 7930 kg/m³, trobem que té una massa de 8 kg.

Aquesta massa provocarà una força puntual ubicada en el mateix punt que la del rotor, per tant es sumaran totes dues:

Força total: $(11,37+8)*9,81=190\text{ N}$

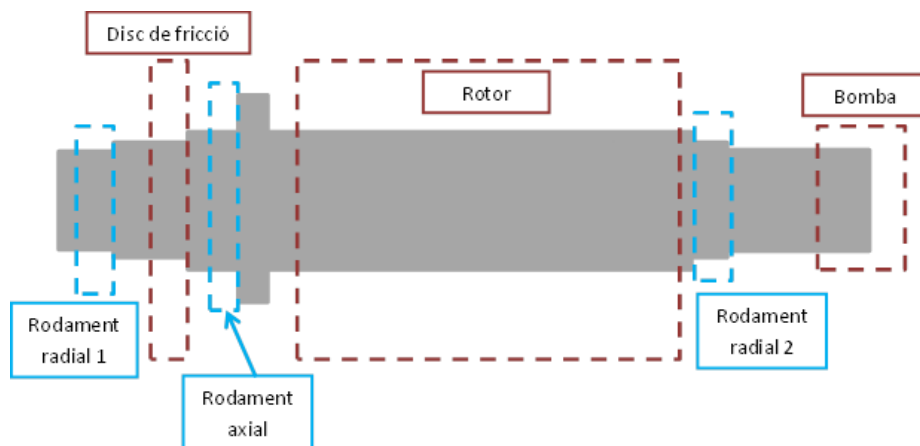
1.11.1.2. Bomba

Al motor se li acobla una bomba de 15 kg de massa, que amb el motor en posició horitzontal provoca una **força de 147,15 N a flexió** i una **axial de 20 kN** segons el fabricant.

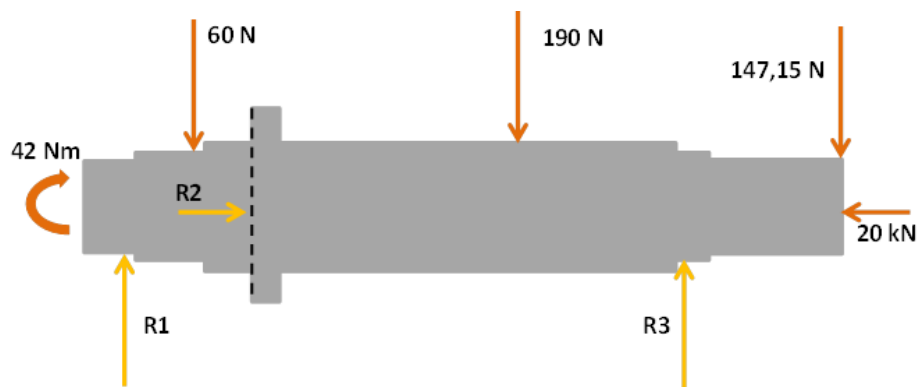
1.11.1.3. Disc de fricció

A l'eix també hi trobem acoblat un disc de fricció per poder-lo frenar. Aquest té una massa de 6 kg, per tant provocarà una força d'uns **60 N** aproximadament.

1.11.1.4. Esquema de forces i diagrames

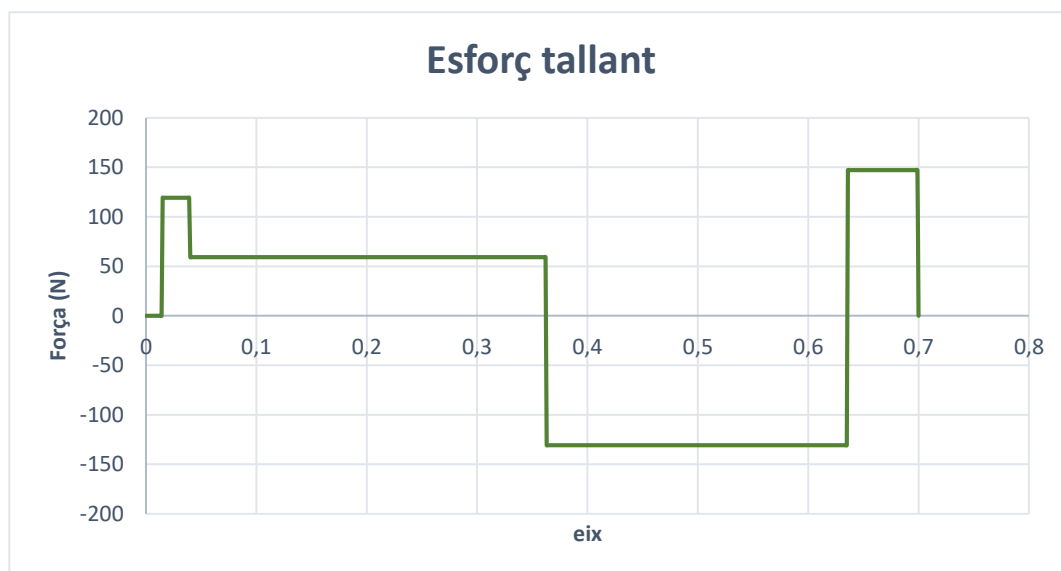


Il·lustració 35 Posició dels elements acoblats a l'eix. Font: pròpia

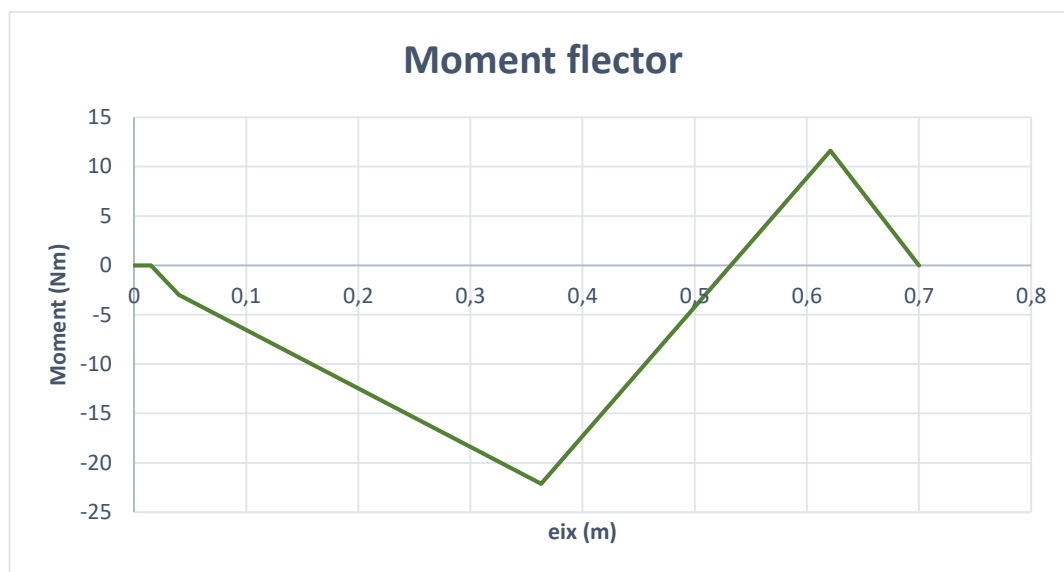


Il·lustració 36 Esquema de forces sobre l'eix. Font: pròpia

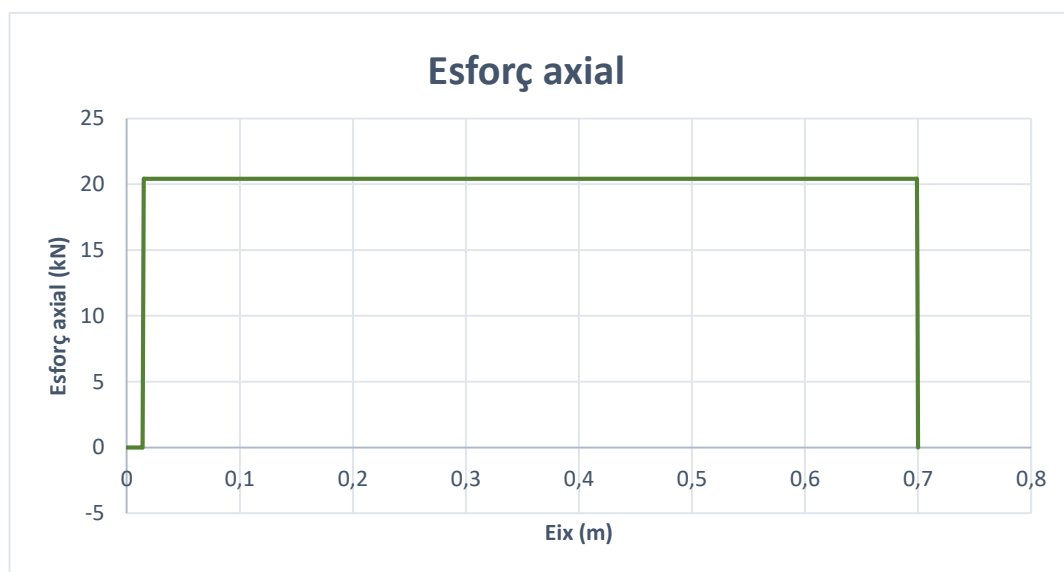
Les reaccions seran $R1=119,23 \text{ N}$; $R2=20 \text{ kN}$; $R3=277,92 \text{ N}$.



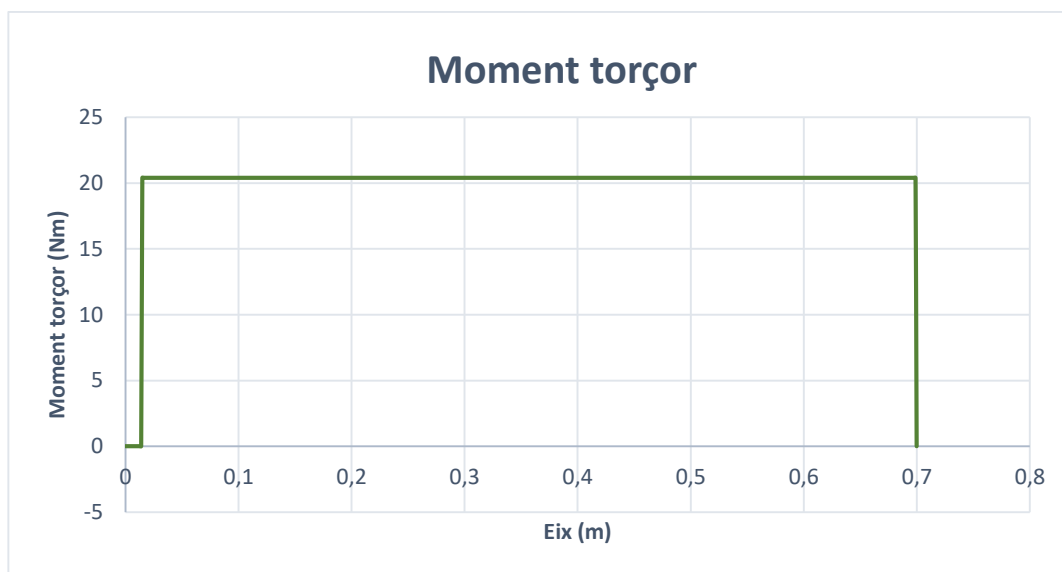
Il·lustració 37 Diagrama d'esforç tallant. Font: pròpia



Il·lustració 38 Diagrama de moment flector. Font: pròpia

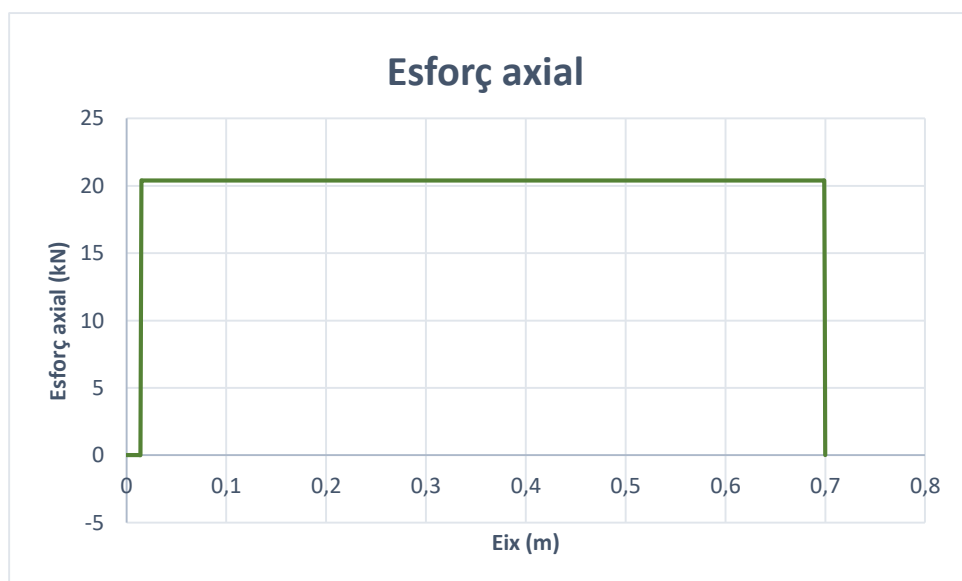


Il·lustració 39 Diagrama d'esforç axial en posició horitzontal. Font: pròpia



Il·lustració 40 Diagrama de moment torçor. Font: pròpia

El motor en posició vertical tindrà el mateix diagrama de moment torçor, el flector desapareix i el d'esforç axial serà:



Il·lustració 41 Diagrama d'esforç axial en posició vertical. Font: pròpia

1.11.2. Resistència de l'eix a esforços màxims i fatiga

1.11.2.1. Axial

Un cop ja tenim els diagrames passem a aplicar-los a la nostra geometria. Aquest càlcul es podria fer de dues maneres. La primera seria fer tots els càlculs amb el diàmetre com a incògnita i al final fer iteracions fins arribar a trobar el mínim valor que resisteixi o bé donant un valor de diàmetre ara al principi, fer tots els càlculs amb aquest valor i al final comprovar si resisteix. En cas negatiu, caldria tornar a fer tots els càlculs. La segona opció és més arriscada, perquè en cas que el factor de seguretat final no sigui el desitjat cal refer-ho tot, però en aquest cas és la que escollirem, ja que anteriorment ja hem fet una primera iteració dels diàmetres de l'eix.

Escollirem aquesta perquè els esforços de torsió i flexió no son exageradament grans, i és bastant probable que el resultat final sigui el desitjat.

La força axial de 20kN és la mateixa des de la bomba fins el rodament axial, per tant el punt més crític serà algun dels canvis de secció. El diàmetre més petit és on hi va la bomba, de 25,4 mm, i cal mirar el lloc on ens trobem l'entalla, on fem el salt fins als 30 mm de diàmetre calculats anteriorment. L'arrodoniment serà d'1,5 mm de radi. Si mirem el gràfic de l'annex C, amb un factor r/d de 0,06 ens dona una K de valor 1,95. La tensió serà:

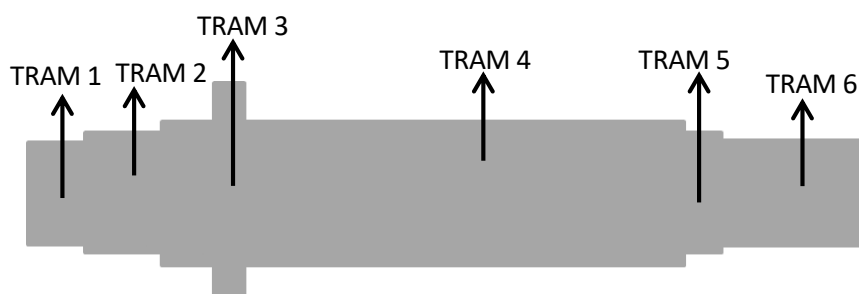
$$\sigma_A = 1,95 \frac{4 * 20000}{\pi 25,4^2} = 76,97 \text{ MPa}$$

Com es pot observar en la taula de materials, el límit elàstic de l'acer DIN 1.4301 és de 210 MPa, per la qual cosa estem molt lluny del límit tot i havent agafat el cas més extrem. És el cas més habitual quan parlem d'acer, que les forces de tracció i compressió no son gairebé mai limitant a l'hora de tractar amb aquest material, perquè treballa molt bé en tots dos casos.

1.11.2.2. Flexió i torsió

Ara hem de buscar la secció crítica de l'eix, aquella que sabem que si resisteix la resta de l'eix també ho farà. Hem de buscar per a cada diàmetre diferent d'eix el seu pic i les entalles, i comparar-ne els

valors. Tot seguit cal comparar els valors combinats de flexió i torsió per a cada tram i agafar el més gran. Hi ha 6 candidates: el punt on es troba el pic de 22,05 Nm i els 5 canvis de secció que hi ha. Els arrodoniments seran de radi 1,5 mm. Les taules les trobarem a l'annex C.



Il·lustració 42 Distribució dels trams de l'eix. Font: pròpia

- Tram 1:

El valor del moment màxim coincideix amb el canvi de secció.

$$C1(\text{de } 25 \text{ a } 32 \text{ mm}): \frac{D}{d} = 1,28; \frac{r}{d} = 0,06; K_t = 1,9; q = 0,74; K_f = 1,66; M_f(x = 0,02) = 0,596 \text{ Nm}; C1 = 0,99$$

- Tram 2:

El valor del moment màxim coincideix amb el canvi de secció.

$$C2(\text{de } 32 \text{ a } 35 \text{ mm}): \frac{D}{d} = 1,094; \frac{r}{d} = 0,047; K_t = 1,55; q = 0,74; K_f = 1,407; M_f(x = 0,05) = 3,57 \text{ Nm}; C2 = 5,02$$

- Tram 3:

El valor del moment més gran coincideix amb el segon canvi d'entalla

$$C3 \text{ (de 35 a 67 mm): } \frac{D}{d} = 1,91; \frac{r}{d} = 0,042; K_t = 2,3; q = 0,74; K_f = 1,97; M_f(x = 0,073) \\ = 4,93 \text{ Nm} ; C3 = 9,71$$

- **Tram 4:**

Agafem el pic de moment

$$C4 (x = 0,362); M_f = 22,05 \text{ Nm}$$

- **Tram 5:**

Hi ha un pic d'11,62 Nm i un canvi de secció

$$C5 \text{ (de 35 a 30 mm): } \frac{D}{d} = 1,16; \frac{r}{d} = 0,05; K_t = 1,9; q = 0,74; K_f = 1,66; M_f(x = 0,616) \\ = 10,97 \text{ Nm} ; C5 = 18,21$$

El més gran és el canvi de secció

- **Tram 6:**

El valor del moment màxim coincideix amb el canvi de secció.

$$C6 \text{ (de 30 a 25,4 mm): } \frac{D}{d} = 1,18; \frac{r}{d} = 0,06; K_t = 1,85; q = 0,74; K_f = 1,62; M_f(x = 0,636) \\ = 9,41 \text{ Nm} ; C6 = 15,24$$

Ara calculem els valors de tensió a flexió i a torsió de cada punt calculat anteriorment amb les expressions següents:

- Flexió (Eq. 1):

$$\sigma_F = \frac{32M}{\pi D^3}$$

- Torsió (Eq. 2):

$$\tau_T = \frac{16M}{\pi D^3}$$

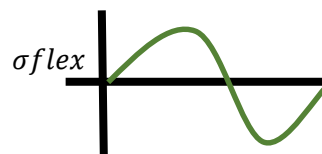
| | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 |
|-----------------------|-------------|-------------|------------|------------|------------|-------------------|
| Moment flector (Nm) | 0,99 | 5,02 | 9,71 | 22,05 | 18,21 | 15,24 |
| Diàmetre (m) | 0,025 | 0,032 | 0,035 | 0,035 | 0,03 | 0,0254 |
| Tensió a flexió (MPa) | 0,64537966 | 1,560464481 | 2,30682794 | 5,23847127 | 6,8698347 | 9,47292116 |
| Tensió a torsió (MPa) | 13,68987158 | 6,527839463 | 4,98902026 | 4,98902026 | 7,92237939 | 13,0532378 |

Taula 3 Tensions a cada punt candidat a secció crítica. Font: pròpia

Viem com el punt més crític és al canvi de secció de 25,4 a 30 mm de diàmetre. Per tant s'ha de treballar amb aquests valors de tensió a torsió i flexió. Amb aquests valors de tensió està molt clar que l'eix resistirà els esforços als que se'l sotmetrà, però cal veure si resistirà la vida a fluència. Per aquest cas utilitzarem el diagrama de Söderberg, que donarem per bo si al final obtenim un factor de seguretat superior a 3,2.

- Flexió:

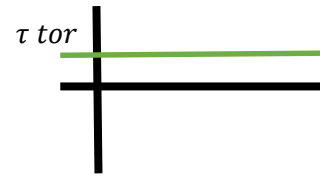
$$\sigma_{MAX F} = \frac{32M}{\pi D^3} = \frac{32 * 9,41}{\pi * (0,0254)^3} = 9,47 MPa$$



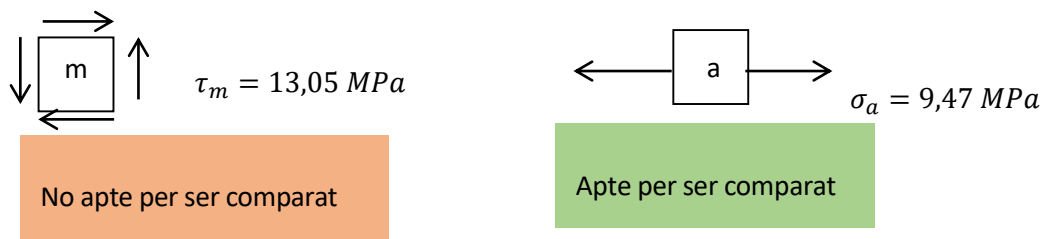
La variabilitat respecte el temps de la tensió tindrà la forma del gràfic adjunt. Això vol dir que el valor de 9,47 és el de tensió d'amplitud, adient per comparar-ho posteriorment amb la resistència del material.

- Torsió

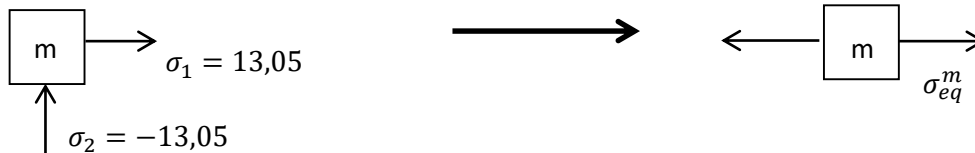
$$\tau_{MAX T} = \frac{16T}{\pi * (0,02)^3} = \frac{16 * 42}{\pi * (0,0254)^3} = 13,05 \text{ MPa}$$



La variabilitat de l'esforç a torsió amb el temps és la representada en el gràfic. Això vol dir que els 13,05 MPa son de tensió mitja, i els hem de convertir a tensió equivalent si volem comparar-ho amb els valors de resistència del material. Per això cal utilitzar el quadrat de Mohr i posteriorment l'equació de Von-Mises.



Aplicant Mohr:



Von-mises

Ara apliquem l'equació de von-Mises (Eq. 6):

$$\sigma_{eq}^m = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 * \sigma_2} = \sqrt{13,05^2 + (-13,05)^2 - 13,05 * (-13,05)} = 22,61 \text{ MPa}$$

Finalment, la sol·licitació a la secció és:

$$\begin{cases} \sigma_a = 9,47 \text{ MPa} \\ \sigma_{eq}^m = 22,61 \text{ MPa} \end{cases}$$

Ara cal saber la resistència del material en aquesta mateixa secció (Eq. 5):

$$\sigma_f = K_a * K_b * K_c * K_d * K_e * \frac{1}{K_f} * \sigma'_f; \quad \text{on } \sigma'_f = 0,5 * \sigma_R = 0,5 * 515 = 257,5 \text{ MPa}$$

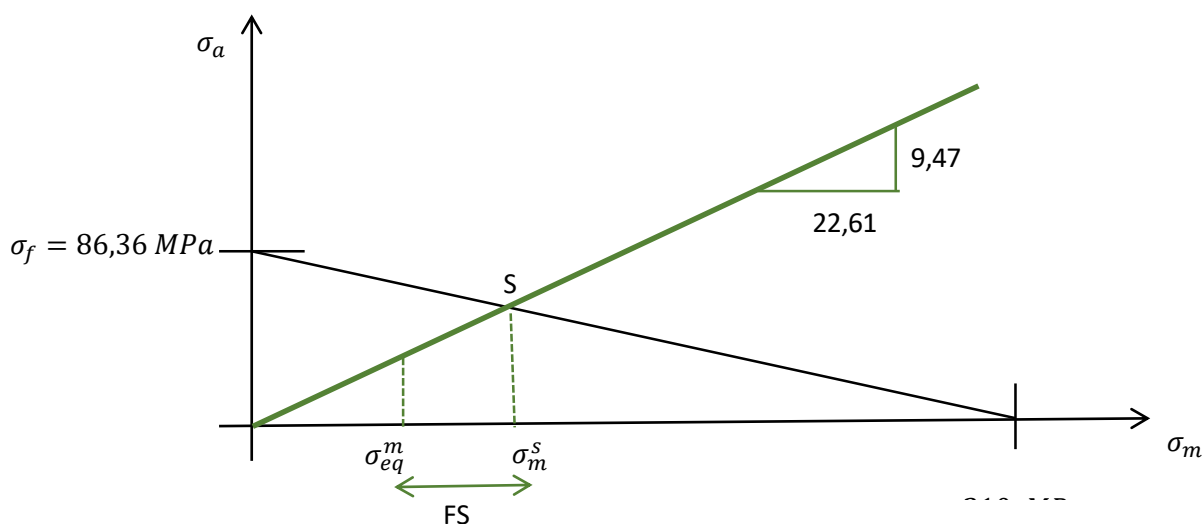
Els factors de reducció de vida a fatiga seran:

- K_a : en els trams on hi van col·locats els rodaments es necessitarà una bona precisió per aconseguir la tolerància desitjada, per tant es requerirà un rectificat final. $K_a=0,9$
- K_b : $D=25,4 \text{ mm}$, $K_b=0,86$
- $K_c=1$ (Flexió)
- $K_d=1$ (No treballarà a temperatures superiors a 100°C)
- K_e : per buscar una màxima qualitat dels motors fabricats posarem una confiabilitat del 99,99%. Per tant $K_e=0,702$
- $K_f=1,55$, prèviament calculada.

$$\sigma_f = 0,9 * 0,86 * 1 * 1 * 0,702 * \frac{1}{1,62} * 257,5 = 86,36 \text{ MPa}$$

I falta la tensió de fluència, σ_F , que en el cas de l'acer DIN 1.4301 és 210 MPa.

Passem a fer el diagrama de Söderberg:



Ara calculem la tensió mitja de Söderberg, σ_m^s (Eq. 7), i després ja podrem saber quin factor de seguretat tenim.

$$\sigma_m^s = \frac{\sigma_f}{\frac{\sigma_a}{\sigma_m^m} + \frac{\sigma_f}{\sigma_F}} = \frac{86,36}{\frac{9,47}{22,61} + \frac{86,36}{210}} = 104,038 \text{ MPa}$$

El factor de seguretat prové de la divisió (Eq. 8):

$$FS = \frac{\sigma_m^s}{\sigma_m^m} = \frac{104,038}{22,61} = 4,6$$

Obtenim un factor de seguretat de 4,6 per al diàmetre de 25,24mm en la secció crítica, cosa que vol dir que la resta de l'eix també resistirà. A més, això també ens indica que l'eix tindrà vida infinita si sempre es sotmet a aquestes forces, cosa que en un motor elèctric és el més ideal.

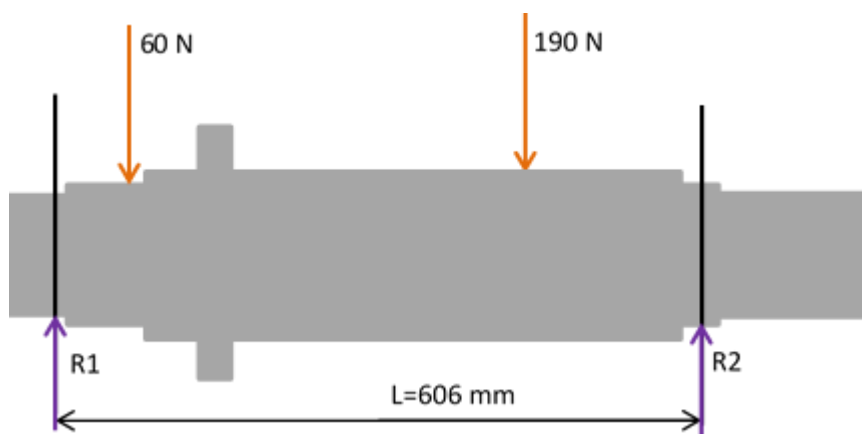
També és interessant comentar que l'eix està una mica sobredimensionat, però és principalment degut als diàmetres preestablerts. A més, aquest cas tampoc és que busquem un pes mínim del motor. És a dir, que pesi el mínim possible sempre és desitjable, però en aquest cas un excés de pes afecta ben poc a la utilitat general del motor. Un cas contrari seria en un motor de cotxe, que aleshores sí que cal tenir una mica més en compte el factor pes. Per tant donem per bo aquest eix.

1.11.3. Fletxa de l'eix

Al motor hi trobem un entreferro de 0,5 mm, per tant és obvi que la deformació haurà d'estar per sota d'aquest valor. I no només serveix que estigui per sota, sinó que per seguretat es recomana que no superi el 15% del valor de l'entreferro.

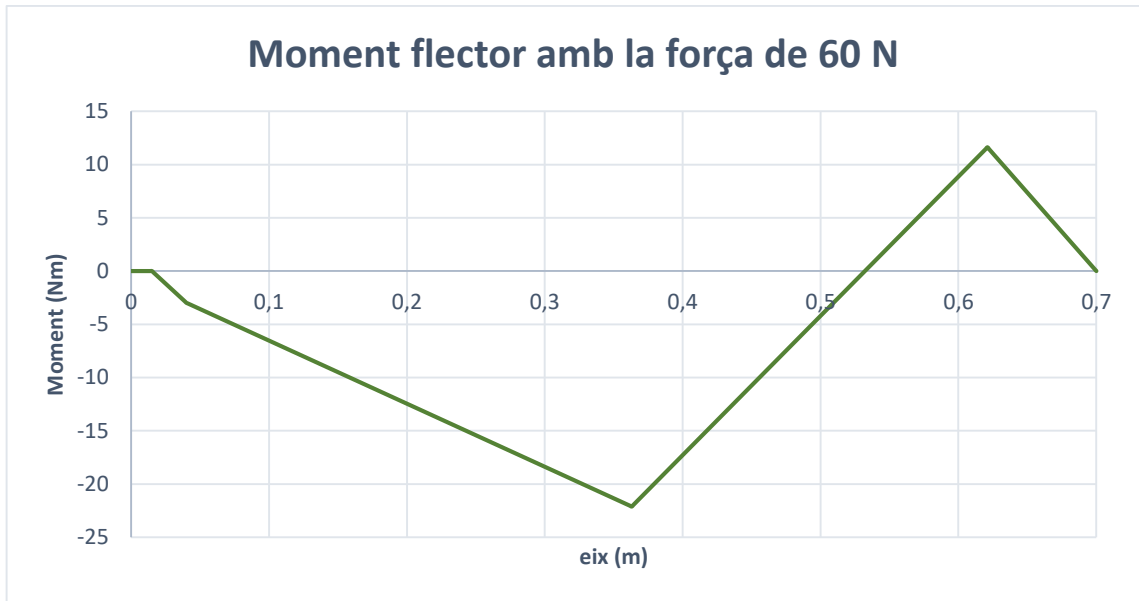
Ara toca calcular la fletxa màxima de l'eix, que recordem que no pot superar el 10% de l'entreferro. En aquest cas el llindar és 0,075 mm.

Per simplificar els càlculs agafarem només el tram comprès entre els dos rodaments radials, ja que és el tram més llarg amb diferència i on la fletxa és més important de conèixer. L'esquema quedaria així:

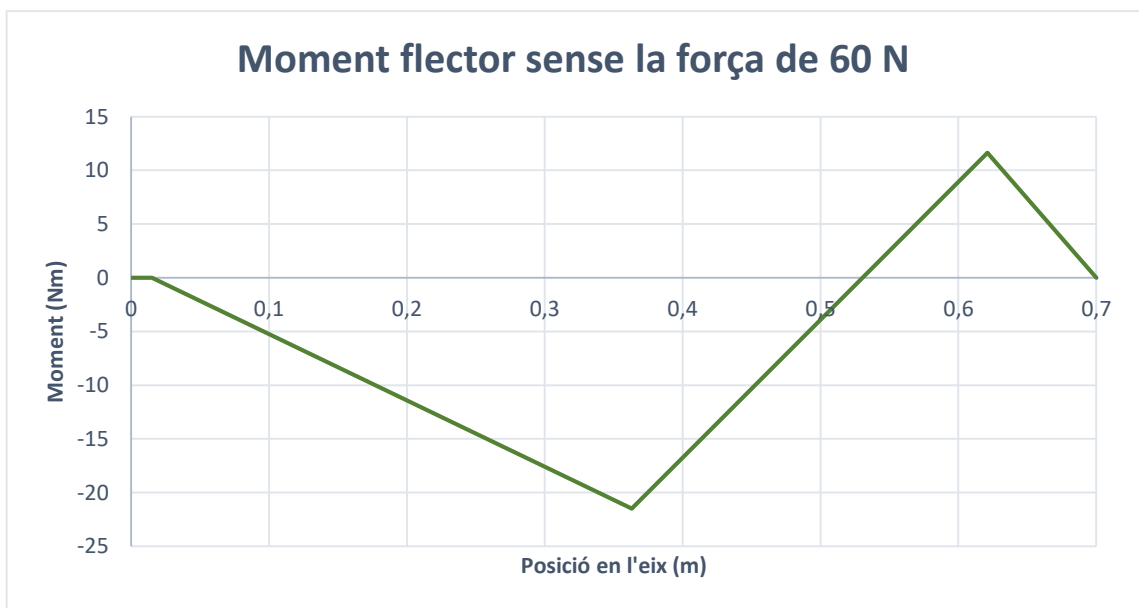


Il·lustració 43 Dibuix de la simplificació de forces per buscar la fletxa. Font: pròpia

Per trobar la fletxa utilitzarem el mètode de la doble integració, explicat a l'apartat de fletxa de l'eix. És un mètode general, que ens permet calcular la fletxa per a qualsevol cas de força. Ara bé, com que és un càlcul analític pot tenir errors, i sempre és recomanable fer una segona comprovació amb un mètode diferent. Per fer aquesta segona comprovació aniríem molt més ràpid si només hi hagués una única força entre els dos rodaments, en aquest cas la de 190 N per ser més gran i estar més centrada. A més, si només hi hagués aquesta única força també simplificaria els càlculs del mètode de la doble integració. Aquesta força de 60 N, a part de tenir un valor baix, està molt a prop d'un dels suports, per tant sembla que anem pel bon camí per eliminar-la. Però cal veure numèricament l'afectació d'eliminar-la. Per això comparem la gràfica del moment flector amb i sense aquesta força de 60 N, corresponent al disc de fricció.

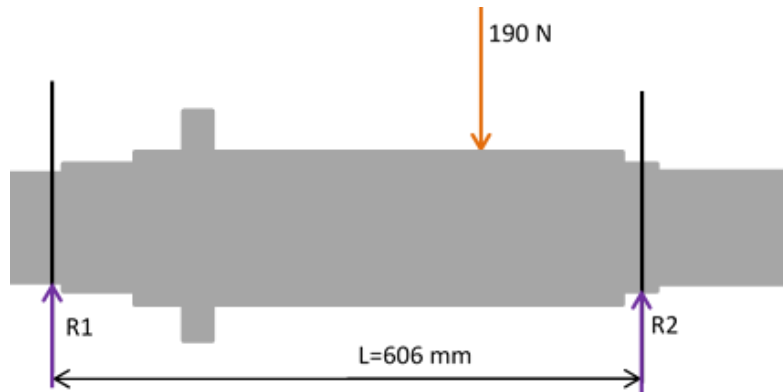


Il·lustració 44 Diagrama de moment flector amb la força de 60 N. Font: pròpia



Il·lustració 45 Diagrama de moment flector sense la força de 60 N. Font: pròpia

Veiem com els gràfics son pràcticament iguals, sent el màxim de valor 22,11 Nm amb la força i de 21,47 Nm sense aquesta. Una diferència d'un 3%, per tant l'eliminació d'aquesta força només per calcular la fletxa és possible i no alterarà gairebé gens els resultats.



Il·lustració 46 Nou diagrama de forces sense la de 60 N. Font: pròpia

Les reaccions quedarien $R1=80,89 \text{ N}$; $R2=109,108 \text{ N}$. Els moments flectors, pendents de la fletxa i la pròpia fletxa en cada tram serien (Eq. 9 i Eq. 10):

Tram 1 (Entre $R1$ i la força de 190 N):

$$M = -80,89 * x$$

$$\theta = \frac{1}{EI} (-40,445 * x^2 + C1)$$

$$y = \frac{1}{EI} (-13,4816 * x^3 + C1x + C2)$$

Tram 2 (Entre la força de 190 N i $R2$) $M=-109,108*x$

$$M = -109,108 * x$$

$$\theta = \frac{1}{EI} (-54,54 * x^2 + C3)$$

$$y = \frac{1}{EI} (-18,18 * x^3 + C3x + C4)$$

Condicions de contorn:

$$\theta \text{ Tram 1 (en } x = 0,348) = \theta \text{ Tram 2 (en } x = 0,348)$$

$$y \text{ Tram 1 (en } x = 0) = 0$$

$$y \text{ Tram 1 (en } x = 0,348) = y \text{ Tram 2 (en } x = 0,348)$$

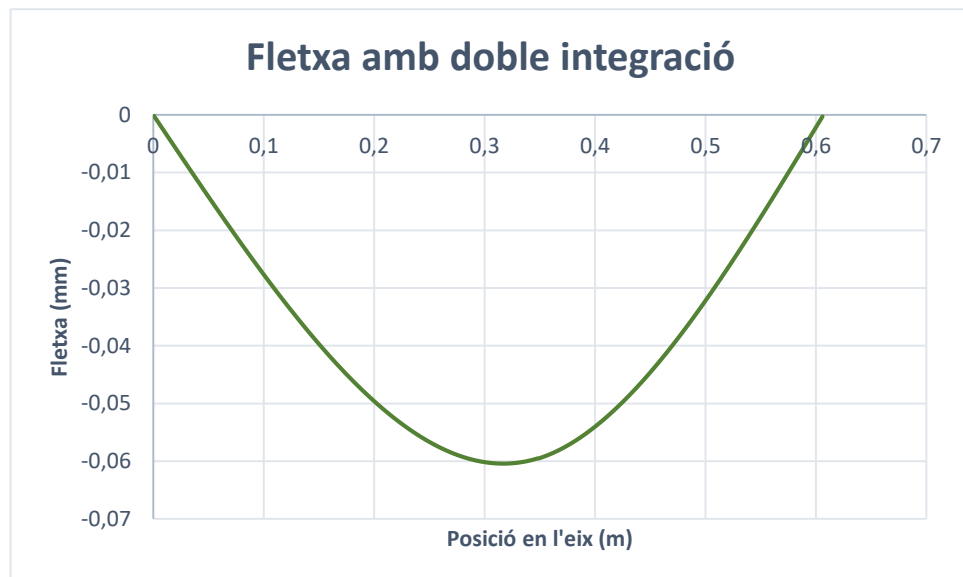
$$y \text{ Tram 2 (en } x = 0,606) = 0$$

Constants d'integració:

$$C1=4,064277; \quad C2=0$$

$$C3=4,4899; \quad C4=0$$

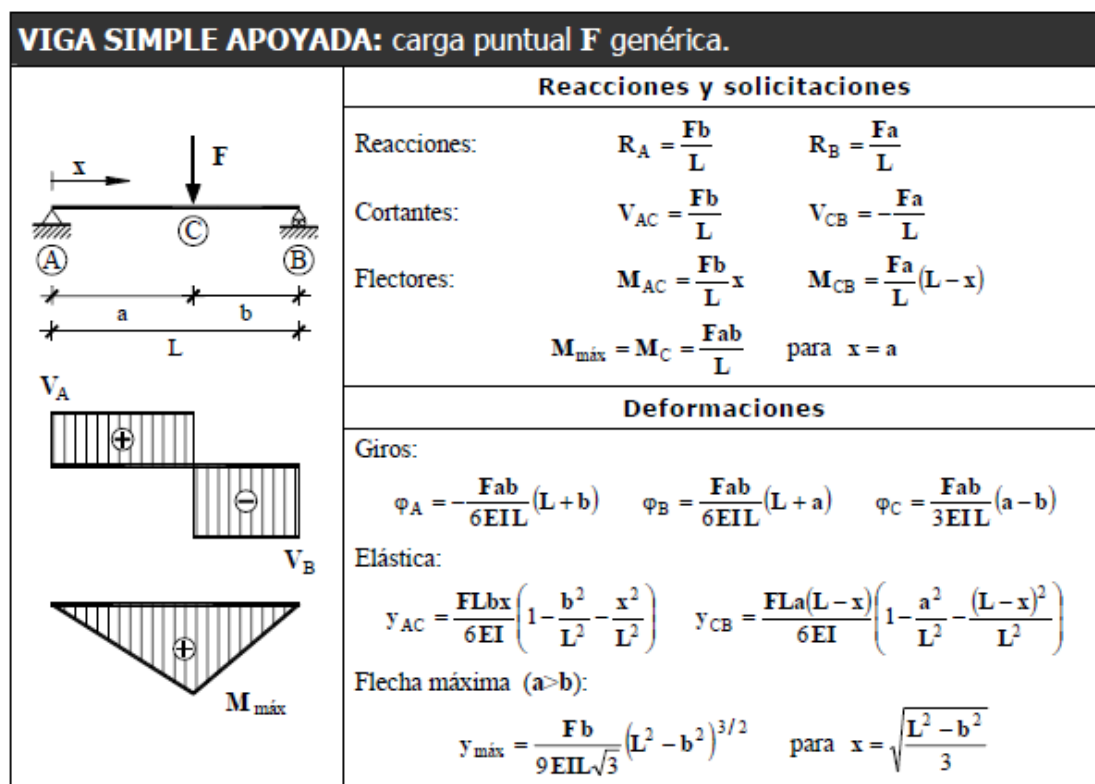
Un cop tenim totes les dades calculades ja podem passar a buscar la deformació de l'eix, que quedarà tal com surt al gràfic. Cal recordar que el mòdul elàstic de l'acer DIN 1.4301 és de 193 GPa.



Il·lustració 47 Gràfic de la fletxa pel mètode de la doble integració. Font: pròpia

La fletxa màxima ens dona un valor de 0,0604 mm, valor que entra dins del 15% del valor de l'entreferro.

Ara passem a calcular la fletxa amb un altre mètode, a partir d'un promptuari per a una biga simplement recolzada en els seus dos extrems amb una càrrega en un punt qualsevol.



Il·lustració 48 Càlcul de la fletxa per promptuari. Font: *Prontuario básico de estructuras simples*

Les constants son: $F=190$ N; $L=606$ mm; $b=258$ mm; $a=348$ mm; $E=193000$ N/mm².

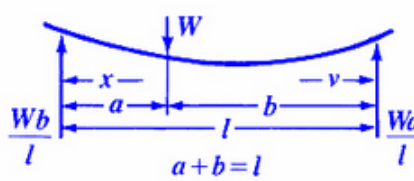
I el gràfic quedaria així:



Il·lustració 49 Fletxa calculada amb les fórmules del promptuari. Font: pròpia

Que dona un màxim de 0,05908 mm, valor gairebé igual que els 0,0604 mm que amb el mètode de la doble integració. La diferència pot ser qüestió de decimals. El cas és que donem per bo el resultat trobat amb el primer mètode.

I farem una última comprovació amb una eina del web *engineersedge.com*, que permet calcular la màxima deformació d'un eix o una biga amb una càrrega puntual. Podem veure el resultat en la taula següent.



| Design Variables | |
|---|---------|
| Modulus of Elasticity lbs/in ² (N/mm ²) E = | 193,000 |
| Moment of Inertia in ⁴ (mm ⁴) I = | 73661.8 |
| Load lbs (N) W = | 190.0 |
| Distance in. (mm) x = | 0.000 |
| Distance in. (mm) a = | 348.000 |
| Distance in. (mm) b = | 258.000 |
| Distance in. (mm) x = | 0.000 |
| Distance in. (mm) v = | 0.000 |
| Length in. (mm) l = | 606.000 |
| Distance to neutral axis/plane in. (mm) z = | 0.000 |
| Results | |
| Stress between load and "a" load point lbs/in ² (N/mm ²) s = | 0.0000 |
| Stress between load and "b" load point lbs/in ² (N/mm ²) s = | 0.0000 |
| Stress at load application lbs/in ² (N/mm ²) s = | 0.000 |
| Deflection between load and "a" point in. (mm) y = | 0.00000 |
| Deflection between load and "b" point in. (mm) y = | 0.00000 |
| Maximum Deflection at Load in. (mm) y = | 0.05926 |
| Section Modulus in ³ (mm ³) Z = | NaN |

Il·lustració 50 Resultats de la fletxa amb el software. Font: engineersedge.com

Veiem un resultat de 0,05926, molt proper als 0,0604 del mètode de doble integració. Per tant també donem per bo el resultat amb aquesta tercera comprovació.

1.11.4. Velocitat crítica de rotació

Amb la deformació anterior ja podem calcular quina serà la velocitat crítica de l'eix. Les divisions de masses correspondran amb cada tram de diàmetre constant, excepte el tram més llarg, que el dividirem en 4 trossos. Per tant tindrem 7 porcions de massa. Recordem que la part de diàmetre 67 mm el comptem com un afegit posterior per temes de fabricació, per tant aquí no el tenim en compte.



L'equació de Rayleigh per trobar la velocitat crítica deia (Eq. 12):

$$\omega_c = \sqrt{\frac{g * \sum m_i * \delta_i}{\sum m_i * \delta_i^2}}$$

Les deformacions per a cada tram d'eix quedarien així:

| Coordenada x (mm) | Massa (kg) | Fletxa mitja (m) | Fletxa*massa | Fletxa^2*massa |
|-------------------|-------------|------------------|--------------|----------------|
| 0 a 5 | 0,019463148 | -7,88173E-07 | 1,53403E-08 | 1,20908E-14 |
| 5 a 35 | 0,196188534 | -5,55992E-06 | 1,09079E-06 | 6,06473E-12 |
| 35 a 177 | 1,079581906 | -2,65413E-05 | 2,86535E-05 | 7,605E-10 |
| 177 a 318 | 1,079581906 | -5,10869E-05 | 5,51524E-05 | 2,81757E-09 |
| 318 a 459 | 1,079581906 | -5,01328E-05 | 5,41225E-05 | 2,71331E-09 |
| 459 a 601 | 1,079581906 | -2,1516E-05 | 2,32283E-05 | 4,99782E-10 |
| 601 a 606 | 0,028026933 | -1,21897E-06 | 3,41641E-08 | 4,16451E-14 |

Taula 4 Dades per trobar la velocitat crítica. Font: pròpia

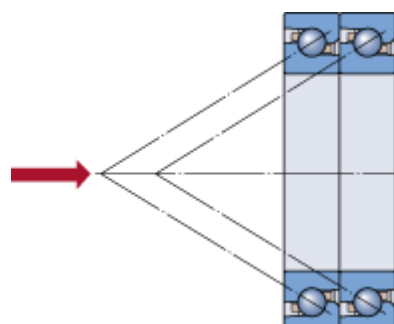
$$\omega_c = \sqrt{\frac{g * \sum m_i * \delta_i}{\sum m_i * \delta_i^2}} = 483,97 \frac{rad}{s} = 4621,61 rpm$$

Es recomana que l'eix giri, com a mínim, un 20% per sota d'aquest valor de velocitat crítica. Aquest llinar es situa en les 3783 rpm, també per sobre de les 3500 rpm màximes del motor. Per tant, no hi haurà problema en aquest aspecte.

1.12. Rodaments i toleràncies

La selecció de rodaments d'aquest motor és un dels apartats més complexos del seu disseny. El cas és que tenim un eix que treballa a flexió i torsió, com la gran majoria. Fins aquí cap problema, s'han de col·locar dos rodaments o coixinets en dos punts a prop de l'extrem de l'eix per absorbir les càrregues radials i evitar que roti sobre si mateix. Però a més hi trobem una càrrega axial molt elevada, i aquí sorgeix la peculiaritat.

Podríem col·locar dos rodaments en tàndem que fossin capaços d'absorbir tant càrregues radials com axials. De trencar per sobreesforç no ho farien, però el problema seria la fatiga. Intentarem fer-ho amb dos rodaments de contacte angular. En tenim un de diàmetre interior 30mm i l'altre de 25, ja que hem seleccionat aquests diàmetres per als emplaçaments dels rodaments. Farem que el de 25 absorbeixi tota la càrrega axial de 20 kN, a més de la radial



Il·lustració 51 Disposició de rodaments en tàndem. Font: SKF.com

de 123 N. La restricció de diàmetre exterior és de 135mm, així que no serà un impediment ja que tots estaran per sota d'aquest valor. Per tant, busquem a la web de SKF el rodament de 25 mm de diàmetre interior que resisteixi major càrrega, el **3305 ATN9**. Les seves dades son (Eq. 23):

C: 32,5; X: 0,63; Y: 0,78

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P}\right)^p = \left(\frac{32,5}{15,67}\right)^3 = 8,92$$

El rodament tindrà una vida a fatiga de 8,92 milions de cicles. Si fem girar el motor a 2000 rpm, correspon a una vida de gairebé 75 hores. Òbviament això no compleix uns estàndards de qualitat, ja que caldria canviar aquest rodament cada poc temps. Per tant aquesta no és una solució vàlida.

Aleshores la idea és mantenir el primer rodament de diàmetre interior de 30 mm, que només suportarà càrrega radial. col·locar-ne un al tram de 25 mm també exclusivament radial i finalment un

de purament axial augmentant el diàmetre de l'eix tant com calgui fins a trobar-ne un que tingui vida infinita amb la càrrega axial màxima de 20,4 kN.

Això suposarà fer canvis en les dimensions de l'eix, però només en la part final, la que es troba a l'esquerra del rotor entre aquest i el rodament més allunyat de la bomba.

Com que els rodaments radials han de suportar càrregues petites, els deixarem pel final, ja que no son crítics. El més important és l'axial. Com hem dit, hem de buscar un que aguantí a fatiga els 20,4 kN màxims, per tant mirarem en els rodaments axials de cilindres. La capacitat de càrrega màxima tots la superen, però a fatiga trobem el primer en un dels de diàmetre interior 35 mm, concretament el **89307 TN** que aguanta fins a 22 kN a fatiga. També podem observar com la velocitat límit no serà problema per les 3500 rpm màximes a les que gira el motor, ja que el rodament aguanta 4800 rpm. Aquests 35 mm de diàmetre interior son els mateixos que el rotor, per tant allargarem el tram de 35 mm del centre i la resta de diàmetres els mantindrem igual. Caldrà fer un tram d'eix més gran per mantenir el rodament en el seu lloc. Aquest, segons SKF, ha de ser de 67 mm de diàmetre mínim. Això vol dir que haurà de quedar per fora del rotor.

| Dimensiones principales | | | | Capacidad de carga básica | | Carga límite de fatiga | Velocidades nominales | | Designación |
|-------------------------|----|----|----------------|---------------------------|----------------|------------------------|-------------------------|------------------|-------------|
| d | D | H | D _w | C | C ₀ | | Velocidad de referencia | Velocidad límite | |
| mm | | | | kN | | kN | r/min | | |
| ▲ | ◆ | ◆ | ◆ | ◆ | ◆ | ◆ | ◆ | ◆ | ◆ |
| 25 | 42 | 11 | | 25 | 69.5 | 6.8 | 3200 | 6300 | ► 81105 TN |
| 25 | 42 | | 5 | 25 | 69.5 | 6.8 | 3200 | 6300 | K 81105 TN |
| 30 | 47 | | 5 | 27 | 78 | 7.65 | 3000 | 6000 | K 81106 TN |
| 30 | 60 | 18 | | 52 | 183 | 18.3 | 2600 | 5300 | 89306 TN |
| 30 | 60 | | 5.5 | 52 | 183 | 18.3 | 2600 | 5300 | K 89306 TN |
| 30 | 47 | 11 | | 27 | 78 | 7.65 | 3000 | 6000 | ► 81106 TN |
| 30 | 52 | | 7.5 | 50 | 134 | 13.4 | 2400 | 4800 | K 81206 TN |
| 30 | 52 | 16 | | 50 | 134 | 13.4 | 2400 | 4800 | ► 81206 TN |
| 35 | 52 | 12 | | 29 | 93 | 9.15 | 2800 | 5600 | ► 81107 TN |
| 35 | 68 | | 6 | 62 | 220 | 22 | 2400 | 4800 | K 89307 TN |
| 35 | 62 | 18 | | 62 | 190 | 19.3 | 2000 | 4000 | ► 81207 TN |
| 35 | 68 | 20 | | 62 | 220 | 22 | 2400 | 4800 | 89307 TN |
| 35 | 52 | | 5 | 29 | 93 | 9.15 | 2800 | 5600 | K 81107 TN |
| 35 | 62 | | 7.5 | 62 | 190 | 19.3 | 2000 | 4000 | K 81207 TN |
| 40 | 68 | | 9 | 83 | 255 | 26.5 | 1900 | 3800 | K 81208 TN |
| 40 | 60 | 13 | | 43 | 137 | 13.7 | 2400 | 5000 | ► 81108 TN |

Il·lustració 52 Rodaments axials de diàmetre interior 35 mm. Font: SKF.com

Aquest tram extra de 67 mm de diàmetre a l'eix es decideix que provingui d'una peça externa a l'eix, un disc del mateix acer DIN 1. 4301 de diàmetre interior 35 i exterior 67 mm, que si li farà una xaveta i s'unirà a una entalla feta en el propi eix al tram on va col·locat.

Els altres dos rodaments els seleccionarem d'una filera de boles rígida, que requereixen poc manteniment i son els més econòmics. D'aquest tipus n'hi ha moltíssim, perquè son els més utilitzats. Per tant, buscarem els que resisteixin un valor superior a 200.000 milions de cicles, xifra a partir de la qual es considera vida infinita.

El de diàmetre interior 25, el més allunyat de la bomba, ha de suportar una càrrega radial de 277,91 N. Això vol dir que per superar els 200.000 cicles, xifra a partir de la qual es considera vida infinita, necessita un coeficient de càrrega dinàmica de mínim 16,25. Busquem a SKF els rodaments de boles rígides de força radial pura i el que sobrepassa per menys aquesta xifra és el **6205 ETN9**, amb 17,8.

I finalment, el de diàmetre interior 30 requerirà un mínim de 6,97. Serà el **61906-2RS1**, que té 7,28.

En el tram on va col·locat el rodament axial, la tolerància de fabricació serà de 35h7. En els trams dels radials el diàmetre serà de 25j6 per al 6205 ETN9 i de 30j6 per al 61906-2RS1, tot per recomanació de SKF.

1.13. Carcassa i refrigeració

La primera consideració important aquí és que la carcassa haurà de ser d'acer inoxidable igual que l'eix, per resistir a la corrosió. El motor està banyat internament per un líquid anticongelant, per poder treballar en entorns molt freds. La carcassa escollida serà del mateix acer DIN 1.4301, de forma cilíndrica, de diàmetre 142 mm i 2 mm de gruix.

Les pèrdues per calor del motor seran de 413,9 W, ja que té una potència nominal de 13,86 kW i una eficiència del 97,1%. És un motor molt eficient, i es veu reflectit en el valor de les pèrdues. Els gairebé 414 W volen dir que la temperatura màxima de treball del motor serà d'uns 10°C per sobre de la temperatura ambient. Per tant en el cas més extrem arribaríem als 50°C. En el cas d'un motor amb un funcionament més clàssic, amb aire al voltant, posant un ventilador acoblat a l'eix segurament ja

n'hi hauria prou. Però no és aquest cas, ja que pot estar submergit a l'aigua i aquesta mai pot entrar dins seu.

El principal escull a superar és traspasar la capa de *nomex* que hi ha al voltant de l'estator. Aquest material aïllant recobreix l'estator amb un espessor de 7 mm, i té un factor de conductivitat tèrmica de 143 W/mK.

Com ja hem dit les pèrdues son molt petites, així que primer mirem si amb la conducció de la calor a través de la carcassa des de l'estator n'hi ha prou per evacuar aquests 414 W. L'expressió per la conducció de calor és (Eq. 32):

$$\frac{Q}{\Delta t} = \frac{kA}{x} (T_1 - T_2)$$

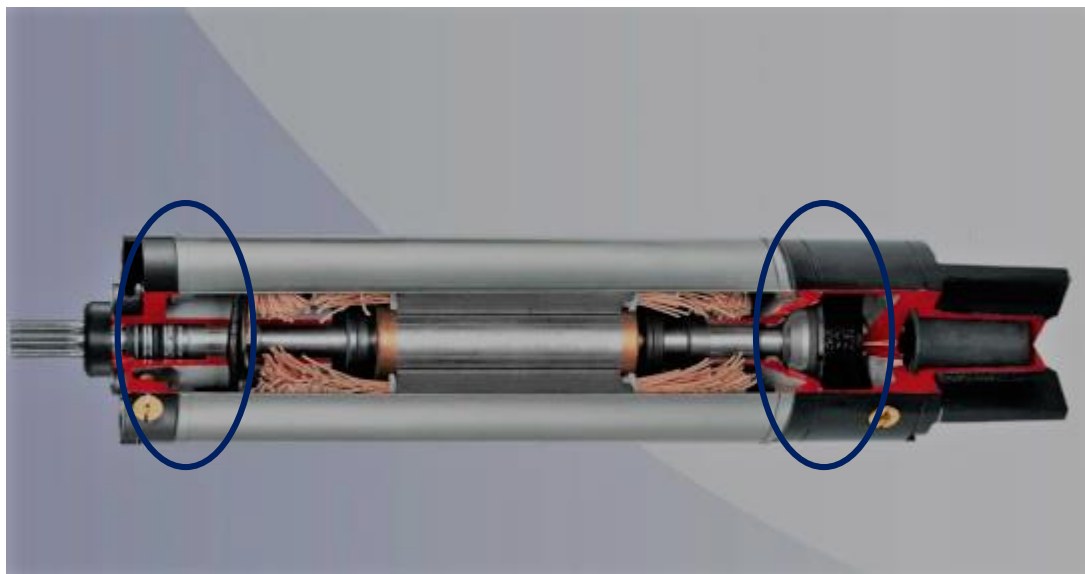
On k és la conductivitat del material, en aquest cas el nomex, A és l'àrea d'intercanvi, x l'espessor del material i finalment trobem la diferència de temperatura. Per a aquesta temperatura posarem el cas d'un dia molt calorós, de 40°C.

La potència total evacuada quedaria:

$$\frac{Q}{\Delta t} = \frac{143 * 0,22}{0,07} (50 - 40) = 4494,28 \text{ W}$$

Veiem que el resultat ens dona sobrat per evacuar els 414 W de pèrdues.

També cal dir que hi pot haver calor produïda pel fregament dels rodaments o dels disc de fricció, que no es pot evacuar per conducció. Aquesta caldrà extreure-la per convecció natural amb el líquid refrigerant anticongelant. Per a que evacui la calor, caldrà fer un petit intercanviador de calor amb l'aire o l'aigua exterior. Els punts per evacuar la calor seran el trams on no hi ha estator, és a dir que només queda la carcassa entre el fluid i l'exterior (veure figura adjunta).



Il·lustració 53 Punts d'extracció de calor del motor. Font: sacipumps.com

Escollirem el refrigerant *Coolanol 25r* de l'empresa *Exxon Mobil*, fàcil de trobar, amb una bona constant dielèctrica i temperatura de congelació de -50°C .

L'acer DIN 1.4301, del que estarà fet la carcassa, té una conductivitat tèrmica de $16,2 \text{ W/mK}$, i un gruix de 10 mm . La superfície total d'intercanvi, sabent que el diàmetre exterior és de 142 mm , serà de:

$$A = 2\pi r * L = 2 * \pi * 0,071 * 0,2 = 0,089 \text{ m}^2$$

L'expressió per saber la calor evacuada en un intercanviador de calor, extreta de l'apartat de refrigeració, és:

$$P = k * A * \Delta T_s = 14 * 0,089 * 10 = 12,46 \text{ W}$$

És una quantitat molt petita, però per evacuar les petites pèrdues per fregament ja n'hi haurà prou.

1.14. Segellat

El motor pot treballar dins l'aigua, per tant el segellat serà per evitar fugues i també per evitar l'entrada d'aigua i altres materials que puguin estar en suspensió en aquesta, com ara sorra. Cal

afegir que aquesta aigua podria ser salada, per tant caldrà també que els elements siguin resistents a la corrosió. És per això que col·locarem una junta tòrica a cada extrem de l'eix, a més d'un altre element de seguretat a cadascun. Els materials més comuns per aquests casos són la silicona, el butil o el fluorocarboni, encara que també n'hi ha d'altres. Escollirem la silicona per ser el més fàcil de trobar.



Il·lustració 54. Esquema de posició dels elements de segellat. Font: pròpia

A més de les juntes tòriques afegirem un altre element de protecció a cada extrem de l'eix. En el de la sortida de la bomba hi col·locarem un anomenat salva-sorra, que com bé indica el seu nom, evitarà l'entrada de sorra i d'altres partícules en suspensió en l'aigua i l'aire. Serà del mateix material que les juntes tòriques, de silicona. En el seu interior hi trobem diferents membranes que formen un espiral, com el tap de plàstic d'una ampolla d'aigua, que eviten l'entrada i la sortida de partícules.



Il·lustració 55 Salva-sorra. Font: sacipumps.com



Il·lustració 56 Membrana de pressió. Font: sacipumps.com

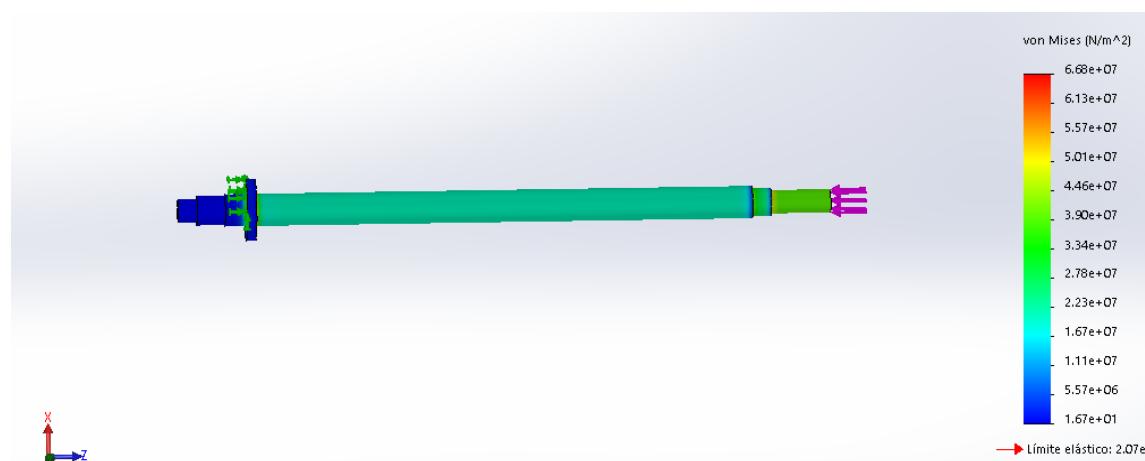
I en l'altre extrem caldrà col·locar-hi un element que a més d'aïllar iguali la pressió exterior i interior, que serà una membrana com la de la fotografia. El material serà el mateix, la silicona. Però aquesta membrana no anirà encaixada a l'eix, sinó que estarà a l'extrem de la carcassa en contacte amb el medi exterior.

1.15. Simulació amb mètode d'elements finits (FEM)

Per comparar els resultats de tensions i deformacions obtinguts per mètodes analítics, utilitzarem un software de simulació amb mètode d'elements finits, en aquest cas el programa Solidworks.

L'objectiu és comprovar si els resultats obtinguts prèviament s'assimilen als obtinguts amb el programa, per estar més segurs de la seva veracitat.

1.15.1. Axial pura



Il·lustració 57 Imatge del resultat de tensions amb força axial pura. Font: pròpia

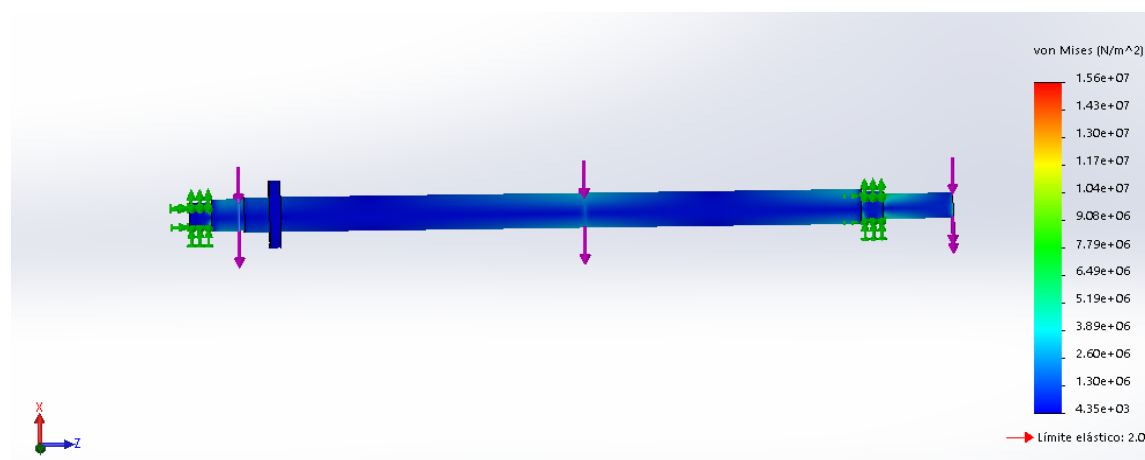
El màxim és 66,8 MPa, resultat molt a prop però lleugerament per sota dels 76,97 MPa calculats.

1.15.2. Flexió i torsió

Aquí hem fet dues simulacions diferents, una per les mides reals de l'eix i una altra amb les mides simplificades utilitzades per trobar la fletxa. Això també ens servirà per veure si la simplificació de l'eix i les seves càrregues feta per trobar la fletxa ha estat correcta o no.

1.15.2.1. Eix real

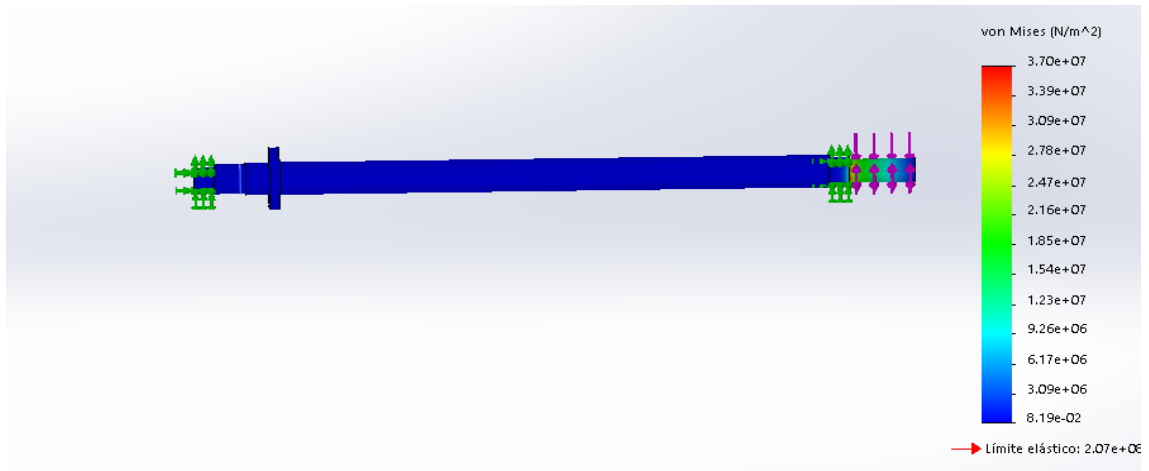
1.15.2.1.1 Flexió pura



Il·lustració 58 Resultats de les tensions amb flexió pura. Font: pròpia

El màxim és de 15,6 MPa, valor molt proper als 9,47 MPa calculats.

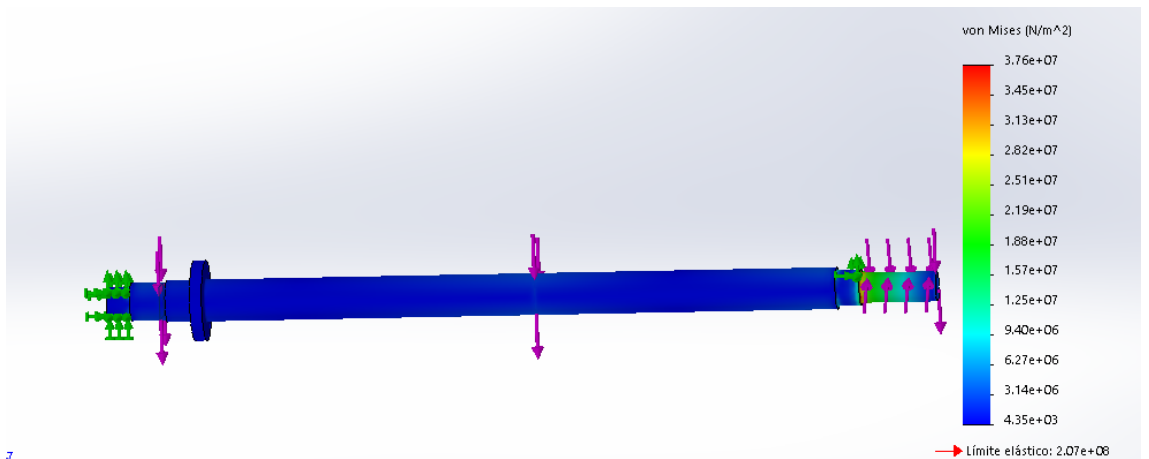
1.15.2.1.2 Torsió pura



Il·lustració 59 Resultats de les tensions amb càrrega de torsió pura. Font: pròpia

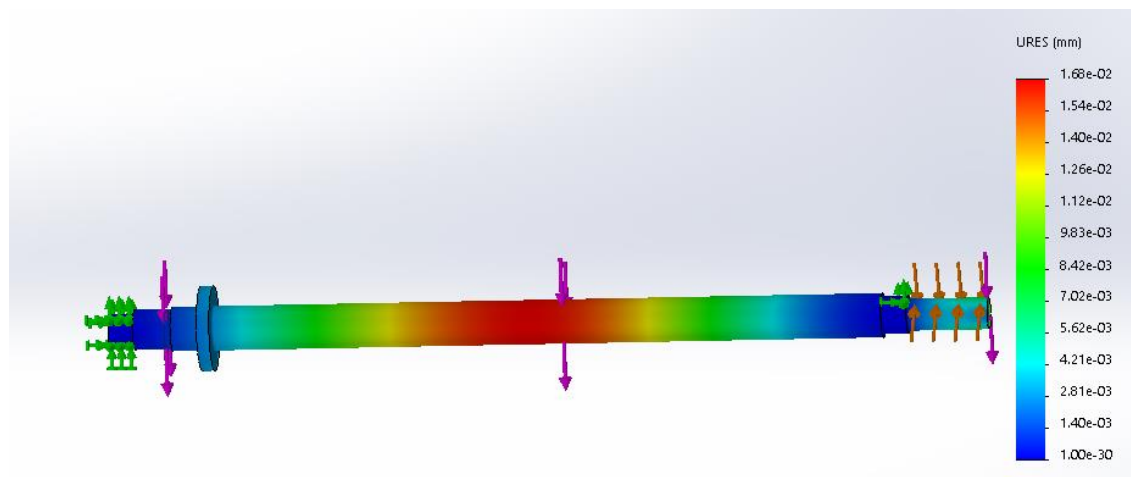
El màxim és de 37 MPa, valor també proper als 22,61 MPa calculats.

1.15.2.1.3 Flexió + torsió



Il·lustració 60 Resultat de les tensions amb combinació de càrregues de flexió i torsió

La tensió màxima dona pràcticament el mateix valor que amb només torsió, en aquest cas 37,6 MPa.

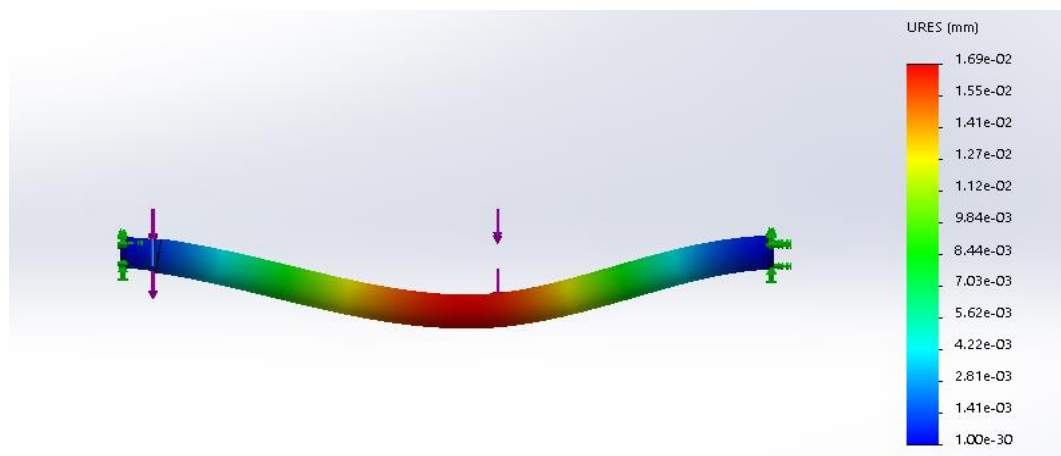


Il·lustració 61 Fletxa màxima amb la combinació de càrregues de flexió i torsió. Font: pròpia

La fletxa màxima pren un valor de 0,0168 mm. Ara falta comparar-ho amb l'eix simplificat per saber si ho podem donar per bo per comparar-ho amb el valor que hem obtingut calculant.

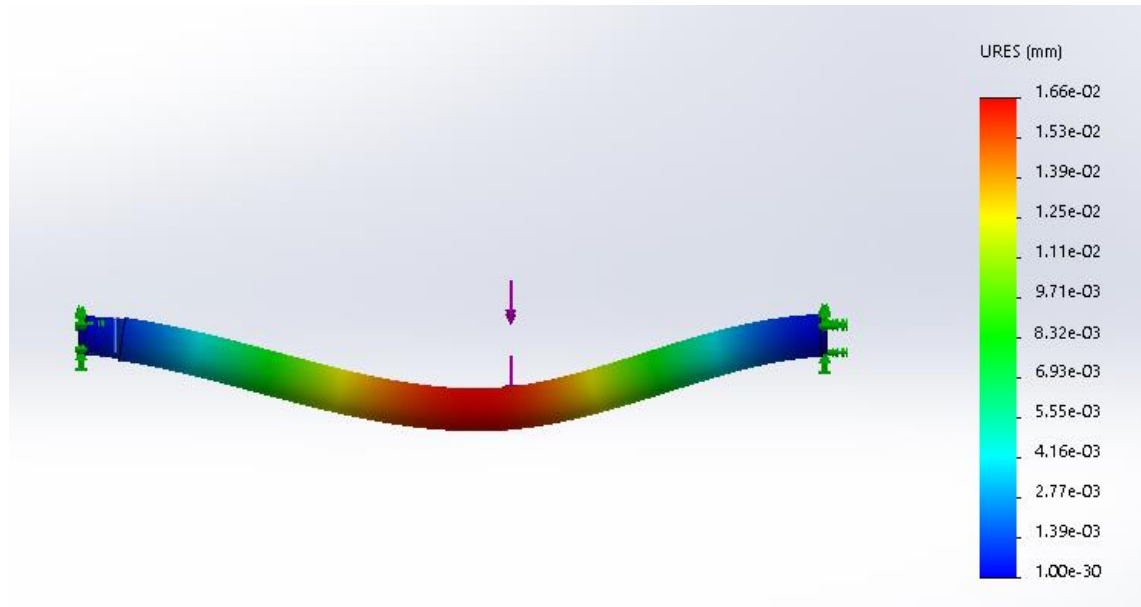
1.15.2.2. Eix simplificat

1.15.2.2.1 Flexió pura amb totes les càrregues



Il·lustració 62 Resultats de la fletxa amb l'eix simplificat amb totes les càrregues. Font: pròpia

1.15.2.2.2 Flexió pura amb les càrregues simplificades



Il·lustració 63 Resultats de la fletxa amb l'eix i les càrregues simplificades. Font: pròpia

1.15.3. Conclusions de l'estudi

Primer podem observar com la simplificació de les càrregues és correcta, ja que els resultats de la fletxa són pràcticament iguals, tant entre els dos eixos simplificats com amb l'eix real.

Una altra cosa és el valor. Amb el *Solidworks* obtenim un valor de fletxa màxima que oscil·la entre els 0,016 i 0,019 mm, mentre que analíticament obtenim uns 0,06 mm. És gairebé un terç dels 0,06 mm, una diferència no molt important però que si caldria tenir en compte. Ara bé, com que el valor més gran és amb el que hem treballat, els 0,06 mm, vol dir que hem tractat amb un cas més crític. Això vol dir que l'eix està té un factor de seguretat major si mirem la fletxa.

Aquesta diferència de resultats segurament es deu a la diferència en els mètodes de càlcul. El mètode de *Solidworks* és molt més precís, i més amb una malla petita com la que hem posat. Això no significa que els nostres càlculs estiguin malament, perquè ja hem vist que, tot i no coincidir, no es troben gaire lluny. Simplement són diferents maneres de calcular i els resultats varien una mica.

1.16. Impacte ambiental i pressupost

Per últim veurem per a cada element del cas real el seu preu, incloent el material i la mà d'obra, així com l'impacte ambiental de cadascun. El motor, en un funcionament normal, hauríem de valorar-ne

el seu impacte ambiental segons la font d'energia d'on provingui l'electricitat que consumeixi, ja que com és lògic, al tractar-se d'un motor elèctric no té emissions. Podríem entrar a valorar les emissions produïdes en la fabricació de cada peça, però això ja queda fora de l'abast del treball.

1.16.1. Eix

Per fer l'eix caldrà primer de tot comprar un brut d'acer DIN 1.4301. Aquest brut tindrà un diàmetre de 40 mm i una longitud de 1000 mm, ja que el proveïdor ho ven de 500 en 500 mm de longitud (materials4me.com). El preu del brut serà de 130,01 €. A més també cal comprar un brut per fer el tram de 67 mm de diàmetre. Al proveïdor anterior tenen un diàmetre màxim de 40, per tant n'hem de buscar un altre. Comprem el brut del mateix acer DIN 1.4301 a R. Andrade, una empresa de Galícia. Les dimensions seran de 70 mm de diàmetre i un gruix de 0,15 per tenir marge per treballar-lo amb la fresadora, i tindrà un preu de 20,87€.

Un cop tenim el brut de l'eix caldrà treballar-lo en el torn per deixar-lo a les mides desitjades. S'ha establert un preu per hora d'ús del torn tenint en compte el propi torn, les eines, el treballador i l'espai ocupat en una hipotètica fàbrica situada al barri Besòs-Diagonal Mar de Barcelona. Per aproximar el temps d'ús del torn, imaginarem passades de 0,5 mm de profunditat i de 0,1 per als acabats. Això equival a 45 minuts de torn per a l'eix i a 10 de fresadora per al disc. Després caldrà sumar 15 minuts més de fresadora per fer les ranures d'ambdues peces. Per tant, segons les taules de l'annex A seran 25,28€ de torn i 15,83€ de fresadora.

Pel que fa a l'impacte ambiental de tot el conjunt de l'eix és bastant baix. Primer perquè és un motor dissenyat en principi per a una vida infinita, aleshores no caldrà llençar cap peça trencada. I concretament aquest eix, al ser d'acer inoxidable, és un material fàcilment reciclable sense perdre les seves propietats. Com a dada dir que es calcula que el 60% de l'acer inoxidable que s'utilitza al món prové del reciclatge.

1.16.2. Rodaments

El rodament **6205 ETN9** té un preu de 14,28€, el del **61906-2RS1** és de 20,12€ i el **89307 TN** té un preu de 73,65€.

Al preu dels rodaments també cal sumar-hi la mà d'obra corresponent a la seva col·locació. Aquesta tindrà un cost de 5,43€ i està desglossat en la taula de l'annex A.

L'impacte mediambiental dels rodaments hauria de ser molt baix, només amb el carboni emès en la seva fabricació ja que en principi tenen vida infinita. Ara bé, en cas que trenquin l'impacte seria major en el cas dels radials que de l'axial. En el cas dels dos rodaments radials no es poden desmuntar, és a dir que en cas que trenquin s'haurien de llençar completament. Costaria molt separar els

components metàl·lics dels plàstics. En el cas del rodament 89307 TN no tenim aquest problema, ja que és desmuntable. Això significa que en cas que trenqui algun dels seus components el podem aïllar de la resta i reciclar cada material. El principal problema dels rodaments és el greix o oli que porten al seu interior, que cal treure'l completament i portar-lo a un punt de reciclatge abans de reciclar els materials sòlids.

1.16.3. Carcassa

Com ja hem comentat, la carcassa del motor tindrà forma cilíndrica, amb una superfície total de 0,27m² i un espessor de 2 mm. El preu de la xapa de 2 mm de gruix de l'acer AISI 304 és de 102,08€ al proveïdor R. Andrade. La superfície és de 0,27m², però sempre és recomanable comprar-ne una mica més per donar uns millors acabats. En comprarem 0,35 m², que tindran un preu de 35,73€. Després caldrà doblegar aquesta xapa per donar-li la forma final, es trigarà uns 30 minuts, i segons la taula de l'annex A costarà 11,73€.

L'impacte ambiental serà mínim, igual que l'eix, degut al fàcil reciclatge de l'acer inoxidable DIN 1.4301.

1.16.4. Segellat

El motor constarà de 2 juntes tòriques del mateix material, silicona. Una de diàmetre interior 25 i l'altre de 30 mm. Canvia el diàmetre, però no el preu. Venen en paquets de 25 unitats cadascuna, amb un preu de 13 euros el paquet. El salva-sorra té un preu de 19€ , mentre que la membrana de pressió costa 20€.

Al preu del material caldria afegir-li el de la mà d'obra, que està desglossat en la taula de l'annex A. Fa un total de 5,44€, ja que es trigarà una mitja hora.

En el tema de l'impacte ambiental, la silicona és menys nociva que el plàstic, ja que no després partícules tòxiques a l'entorn, però no és biodegradable. Així que un cop acaba la seva vida útil caldria portar tots aquests elements de silicona a algun punt de reciclatge.

1.16.5. Líquid refrigerant

Recordem que banyarem internament el motor amb el líquid *Coolant 25r*, de la marca *Exxon*. Té un preu de 1482 \$ cada galó, i un galó equival a aproximadament 3,78 litres. Aleshores, amb el volum aproximat de 0,008 m³ que hi haurà de líquid a l'interior, el preu serà de 3,14€.

L'impacte ambiental del líquid en cas que hi hagués una fuga o un vessament al medi no seria un gran desastre, ja que no es tracta d'un líquid tòxic i segons el fabricant no és perjudicial per als éssers vius d'un riu. Però sí que pot provocar irritacions i reaccions al·lèrgiques a la pell. Per aquest motiu que en cas d'haver-lo de llençar, s'hauria de portar a un centre de tractament de residus especials.

1.17. Resum de costos

| Part | Cost de la peça/brut | Cost de fabricació/mà d'obra | Total per part (€) |
|--------------------|----------------------|------------------------------|--------------------|
| Eix | 150,88 | 41,11 | 191,99 |
| Rodaments | 108,05 | 5,43 | 113,48 |
| Carcassa | 35,73 | 11,73 | 47,46 |
| Segellat | 65 | 5,44 | 70,44 |
| Líquid refrigerant | 3,14 | - | 3,14 |
| Total (€) | 379,28 | 63,71 | 442,99 |

Taula 5 Pressupostos. Font: pròpia

Conclusions

Si l'electricitat s'obté de manera a través de fonts d'energia renovables un motor elèctric no emet cap partícula contaminant al medi. És aquest el principal motiu perquè en els temps de crisi climàtica en els que ens trobem, la mobilitat impulsada per motors elèctrics i qualsevol energia mecànica de rotació impulsada també pel mateix tipus de motor sigui una obligació i una necessitat més que una alternativa. En el transport ferroviari per exemple, ja fa dècades que s'utilitzen aquests motors, no només per la seva nul·la emissió de gasos contaminants, sinó també pel seu gran parell que donen des del primer moment, que en màquines tant pesades com un tren és indispensable. Si no s'ha implementat encara en tots els cotxes, camions, vaixells i avions és per un problema de limitació de bateries, però això ja és un tema extern a aquest treball.

És cert que l'exemple de cas real d'aquest treball no és el d'un motor per al transport, però les conclusions són les mateixes per al motor d'una bomba hidràulica o per a la majoria de mecanismes que requereixin d'energia mecànica de rotació: el motor elèctric és gairebé sempre la millor opció. La idea principal amb la que ens hem de quedar sobre el motor elèctric és que si obtenim electricitat de manera neta i aconseguim tenir electricitat de manera continuada (referit als problemes de bateries en transports) és el millor motor possible. Infinitat d'aplicacions, rendiment altíssim, parell màxim des del primer moment i nul·les emissions. Amb aquestes característiques és claríssim que són unes màquines realment interessants d'estudiar, sobretot d'analitzar com adaptar-les a cadascuna de les seves possibles aplicacions. I això és el que s'ha intentat explicar en aquest treball. És cert que només s'ha tractat la part mecànica d'un motor elèctric, però la realitat és que tot i que contingui la paraula "elèctric", també conté molta mecànica, com hem vist. I és tant important dissenyar bé la part elèctrica com la mecànica.

Buscar la vida infinita, tal com s'ha fet en el cas real, és gairebé sempre l'objectiu en tots els components d'un motor elèctric. Així, a part de no tenir emissions també busquem tenir el mínim impacte ambiental en forma de residus. Si bé també és cert que això de la vida infinita, encara que sigui físicament possible, és moltes vegades una utopia en el capitalisme per la ràpida obsolescència que pateixen tots els aparells. Per tant, encara que en un principi sigui per a una vida infinita, també cal analitzar-ne l'impacte ambiental, ja que és molt probable que tots els motors elèctrics acabin desmantellats.

L'objectiu d'aquest treball era doble. Per una banda donar visibilitat a la part mecànica dels motors elèctrics i recalcar-ne la importància d'aquesta, que un motor elèctric sense un disseny mecànic adequat no funcionarà amb el rendiment desitjat. Això era de cara als lectors/es que no estiguessin gaire familiaritzats amb els camp dels motors elèctrics.

Per altra banda, el segon objectiu era crear una guia dels conceptes a tenir en compte i els passos a seguir per a qualsevol persona que es trobi amb la missió de fer la part mecànica d'un motor elèctric. Això ja aniria dirigit a aquells/es lectors/es amb un coneixement més tècnic, que ja tenen uns certs coneixements previs sobre el tema i que volen aprofundir una mica.

Sóc conscient que en el treball no hi apareixen tots els factors a tenir en compte a l'hora de dissenyar el motor elèctric. N'hi ha de secundaris que no hi son, com per exemple el soroll que produeix el motor o les pèrdues dels rodaments. Però el que busca aquest treball és per una guia amb les consideracions i els passos bàsics a tenir en compte per a que el motor funcioni correctament, que pugui exprimir gairebé tota la part elèctrica. Si es volgués exprimir encara més aquesta part elèctrica, el que seria buscar un rendiment òptim, sí que caldria aprofundir més del que ho fa aquest treball.

Bibliografia

Bañón, L. *Anejo: prontuario básico de estructuras simples* [En línia]. Treball final de grau, UA, Universitat d'Alacant. Departament d'enginyeria de camins, 2019. [Consulta: 23 de novembre de 2019]. Disponible a: <rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/25612/1/Estructuras%20Met%C3%A1licas%20-%20Material%20apoyo.pdf>

Escudier Martínez, A. *Estudio del comportamiento térmico y refrigeración del motor eléctrico para una motocicleta* [En línia]. Treball final de grau, UPM, Escuela técnica superior de ingeniería y diseño industrial, 2019. [Consulta: 14 d'octubre de 2019]. Disponible a: <oa.upm.es/TFG_AITOR_ESCUDIER_MARTINEZ/>

Grupo SKF. *Rodamientos* [en línia]. Rubí, 2015. [Consulta: 3 de desembre 2019]. Disponible a: <www.skf.com/binary>

Peussa, T. *Mechanical analysis for electrical machines*. Tesi de màster, Helsinki University of Technology, Facultat d'informació i ciències naturals, 2006.

Loewenthal, S. H. Design of power-transmitting shafts. A: Rothbart, H.A., ed: *Mechanical design and Systems handbook*. Segona edició. NASA Washington DC: McGraw-Hill, 1984. Report No. NASA RP-1123.


Tong, W. *Mechanical design of electric motors*. Boca Ranton, Florida: Taylor & Francis Group, 2014. ISBN: 9781420091441

Riba Romeva, C. *Disseny de màquines i mecanismes*. Barcelona: Edicions UPC, 1994. ISBN: 8476534469.


Riba Romeva, C. *Mecanismes i màquines III. Dinàmica de màquines*, Barcelona: Edicions UPC, 2000.
ISBN: 8483013479

Annex A


Anàlisi de costos per a les operacions de mecanitzat. Els càlculs estan extrets de l'equip de Formula Student de la EEBE E-Tech Racing.

| CNC TURNING | | | | |
|--|---------------------------|----------------------|----------------|--|
|  | Machine cost | 31780 | € | |
| | Occupied surface | 3,11 | m ² | 2822 €/m ² (2018 in Besòs, BCN) |
| | Surface cost | 1755,284 | €/year | |
| | Yearly depreciation | 6356 | € | 5 years |
| | Yearly Maintenance | 5100 | € | Year revision, maintenance and spare parts |
| | Usage per year | 1728 | hours/year | 48 weeks-5 days/week- 8 h/day-90% rate |
| | Yearly energy cost | 1626,48 | € | 0,1255 €/kWh - 7500 W at 100% |
| | Yearly cost for tool sets | 6600 | € | 700 €/month |
| | Total yearly cost | 38623,744 | €/year | |
| | Cost per hour | 20,116533 | €/hour | |
| PERSONNEL EXPENSES | Salary | 13,586957 | €/hour | 2000 €/month (2500€ gross salary) at 40h week |
| HOURLY RATE | | 33,70 €/ hour | | |

Il·lustració 64 Taula de costos per al torn. Font: E-Tech racing

| CNC MILLING | | | | |
|---|---------------------------|------------|----------------|--|
|  HAAS VF-1 | Machine cost | 40995 | € | |
| | Occupied surface | 6,09 | m ² | 2822 €/m ² (2018 in Besòs, BCN) |
| | Surface cost | 3437,196 | €/year | |
| | Yearly depreciation | 8199 | € | 5 years |
| | Yearly Maintenance | 5500 | € | Year revision, maintenance and spare parts |
| | Usage per year | 1728 | hours/year | 48 weeks-5 days/week- 8 h/day-90% rate |
| | Yearly energy cost | 4857,7536 | € | 0,1255 €/kWh - 22400 W at 100% |
| | Yearly cost for tool sets | 7700 | € | 700 €/month |
| | Total yearly | 46879,93 | €/year | |
| | Cost per hour | 24,41663 | €/hour | |
| PERSONNEL EXPENSES | Salary | 13,586957 | €/hour | 2000 €/month (2500€ gross salary) at 40h week |
| HOURLY RATE | | 38 €/ hour | | |

Il·lustració 65 Taula de costos per a la fresadora. Font: E-Tech Racing

| SHEET BENDING | | | | |
|---|---------------------|---------------|----------------|--|
| DAVI MC 2024  | Machine cost | 35000 | € | |
| | Occupied surface | 7,35 | m ² | 2822 €/m ² (2018 in Besòs, BCN) |
| | Surface cost | 4148,34 | €/year | |
| | Yearly depreciation | 7000 | € | 5 years |
| | Yearly Maintenance | 1300 | € | Year revision, maintenance and spare parts |
| | Usage per year | 1728 | hours/year | 48 weeks-5 days/week- 8 h/day- 90% rate |
| | Yearly energy cost | 6505,92 | € | 0,1255 €/kWh - 25000 W at 100% |
| | Total yearly cost | 18954,26 | €/year | |
| | Cost per hour | 9,8720104 | €/hour | |
| PERSONNEL EXPENSES | Salary | 13,586957 | €/hour | 2000 €/month (2500€ gross salary) at 40h week |
| HOURLY RATE | | 23,45 €/ hour | | |

Il·lustració 66 Taula de costos per al doblegat de xapa. Font: E-Tech Racing

| ASSEMBLE | | | | |
|--------------------|--------|--------------|--------|--|
| PERSONNEL EXPENSES | Salary | 10,869565 | €/hour | 1600 €/month (2000€ gross salary) at 40h week |
| HOURLY RATE | | 10,87 €/Hour | | |

Il·lustració 67 Taula de costos per a l'acoblament manual de peces. Font: E-Tech Racing

| FILL | | | | |
|--------------------|---------------|-----------|--------|--|
| PERSONNEL EXPENSES | Salary | 10,869565 | €/hour | 1600 €/month (2000€ gross salary) at 40h week |
| | Average speed | 1,5 | l/hour | |
| | Total | 7,24 | €/l | |
| VOLUME RATE | | 7,24 €/L | | |

Il·lustració 68 Taula de costos per a omplir líquids. Font: E-Tech Racing

Annex B

Factors de reducció de vida a fatiga, extrets de l'assignatura DIMA de l'EEBE.

FACTORES MODIFICADORES DEL LIMITE A FATIGA

La expresión que permite determinar la tensión límite para pieza real asociada a una vida de N ciclos es:

$$\sigma_N = \left[k_a * k_b * k_c * k_d * k_e * \frac{1}{K_f} \right]_N * \sigma'_N$$

donde:

| | |
|-------|-------------------------------|
| k_a | factor de acabado superficial |
| k_b | factor de tamaño |
| k_c | factor de tipo de esfuerzo |
| k_d | factor de temperatura |
| k_e | factor de confiabilidad |
| K_f | factor de entalla |

Factor de acabado superficial - k_a

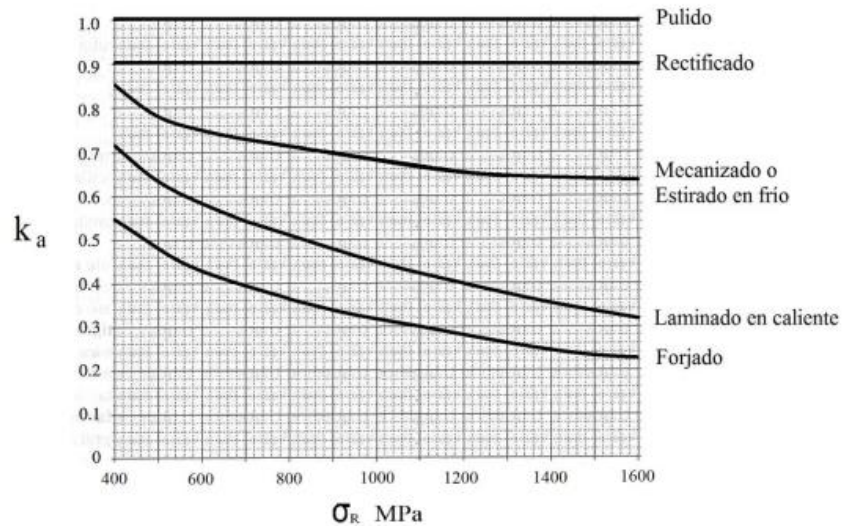


Figura 1. Factor de acabado superficial para acero

Diseño de ingeniería mecánica 4ª Ed. Joseph E. Shigley. Ed McGraw-Hill

Excepciones:

- Para $N = 10^3$ ciclos, $k_a = 1$

Factor de tamaño – k_b

Para piezas de sección circular a flexión y/o torsión:

| \varnothing [mm] | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 |
|-----------------------|----|------|------|------|------|------|------|------|------|
| k_b | 1 | 0,93 | 0,90 | 0,87 | 0,85 | 0,84 | 0,83 | 0,82 | 0,80 |

Si $\varnothing > 50$ mm entonces $k_b = 0,75$

Para piezas de sección circular a tracción/compresión:

Si $\varnothing < 50$ mm entonces $k_b = 1$

Si $\varnothing > 50$ mm entonces $k_b = 0,75$

En ambos casos, cuando no se trate de una sección circular → sección equivalente.

Excepciones:

- Para $N = 10^3$ ciclos, $k_b = 1$

Factor de tipo de esfuerzo – k_c

$$k_c = \begin{cases} 0,923 & \text{Carga axial, } \sigma_R \leq 1520 \text{ MPa} \\ 1 & \text{Carga axial, } \sigma_R > 1520 \text{ MPa} \\ 1 & \text{Flexión} \\ 0,577 & \text{Torsión y cortante} \end{cases}$$

En cada caso concreto se determinará cuál es el esfuerzo preponderante, teniendo en cuenta:

- 1.- Sólo deben compararse las componentes variables de los esfuerzos.
- 2.- La resistencia del acero a las tensiones tangenciales es aproximadamente la mitad que a las tensiones normales.

Factor de temperatura – k_d

| T (°C) | k_d |
|--------|-------|
| 300 | 0.975 |
| 350 | 0.927 |
| 400 | 0.922 |
| 450 | 0.840 |
| 500 | 0.766 |
| 550 | 0.670 |
| 600 | 0.546 |

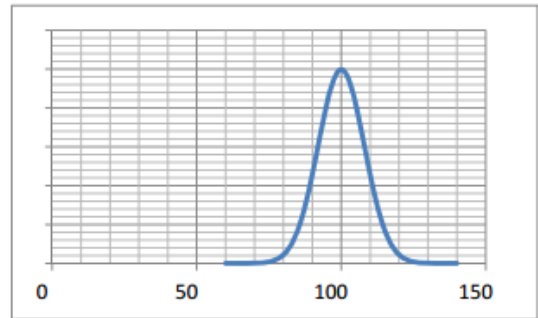
Factor de confiabilidad – k_e

Los datos de resistencia a fatiga asociados a los materiales son valores medios, sujetos a una cierta dispersión estadística.

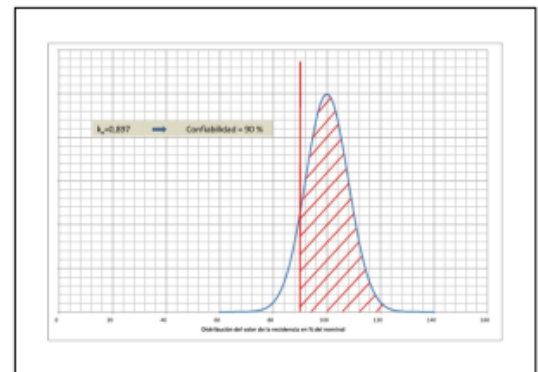
Los estudios publicados sostienen que dicha distribución se corresponde con una distribución normal con desviación estándar del 8%.

Así, si se utiliza como valor de referencia el valor comunicado (eso sería equivalente a multiplicar el valor comunicado por 1,000) entonces en el 50 % de los casos, el valor de resistencia real del elemento concreto será menor del utilizado en el cálculo.

Si se desea por ejemplo, que en el 90 % de los casos el valor de resistencia real sea superior al de cálculo, debo usar como resistencia de cálculo el resultado de multiplicar la resistencia comunicada por el factor de confiabilidad 0,897



| Confiabilidad (%) | k_e |
|-------------------|-------|
| 50 | 1,000 |
| 90 | 0,897 |
| 95 | 0,868 |
| 99 | 0,814 |
| 99,9 | 0,753 |
| 99,99 | 0,702 |
| 99,999 | 0,659 |



Factor de entalla – K_f

Se define mayor que uno y por tanto en el producto de factores ha de ir dividiendo.

$$K_f = 1 + q \cdot (K_t - 1)$$

Donde: K_t es el factor de concentración de tensiones y
 q es el factor de sensibilidad a la entalla

Para ambos factores, la bibliografía ofrece diagramas gráficos y también expresiones matemáticas, que son generalmente obtenidas a partir de los gráficos, por lo que en el presente curso se opta por utilizar preferentemente los gráficos.

Excepciones:

- Para $N = 10^3$ ciclos y material dúctil, $K_f = 1$

FACTOR DE SENSIBILIDAD A LA ENTALLA (q)

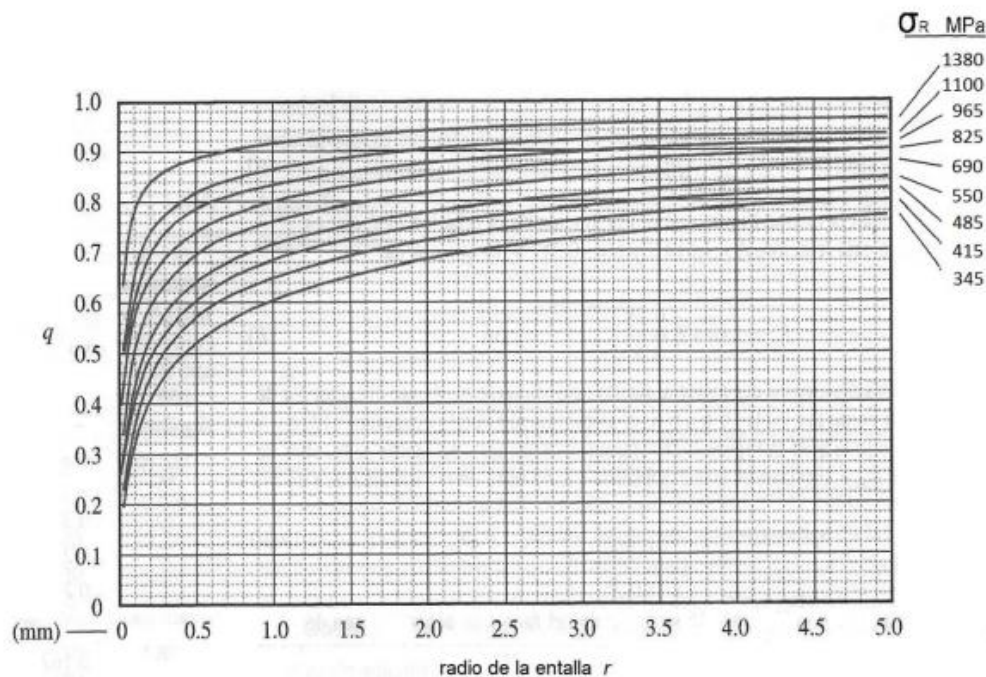


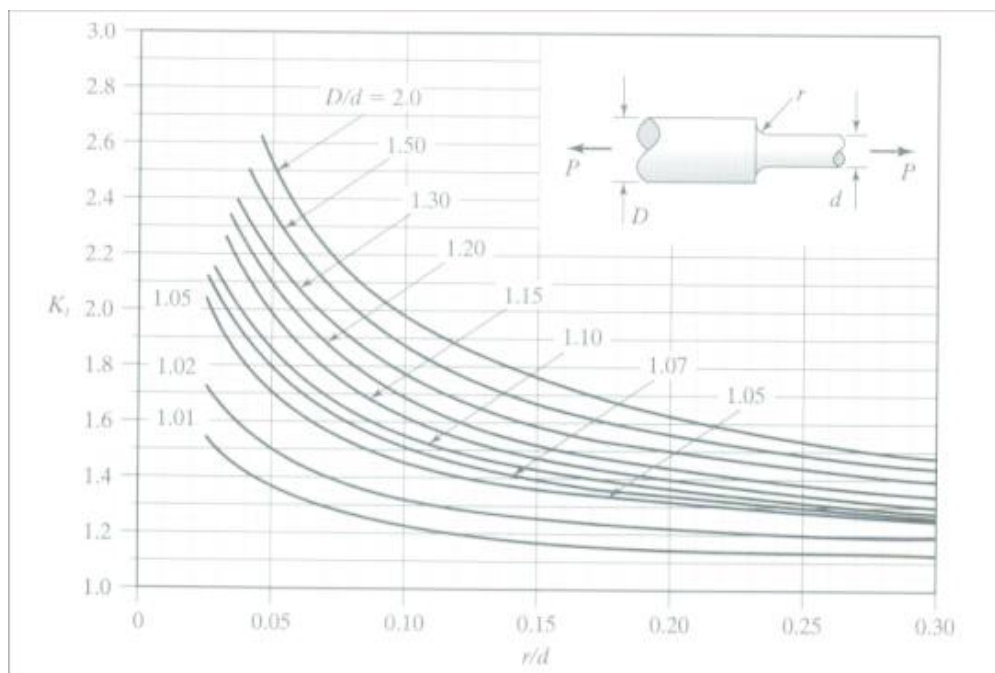
Figura F-01. Factor de sensibilidad a la entalla para aceros

Diseño de elementos de máquinas. Robert L Mott. Ed Pearson-Prentice Hall

Annex C

Taules de factor de canvi de secció

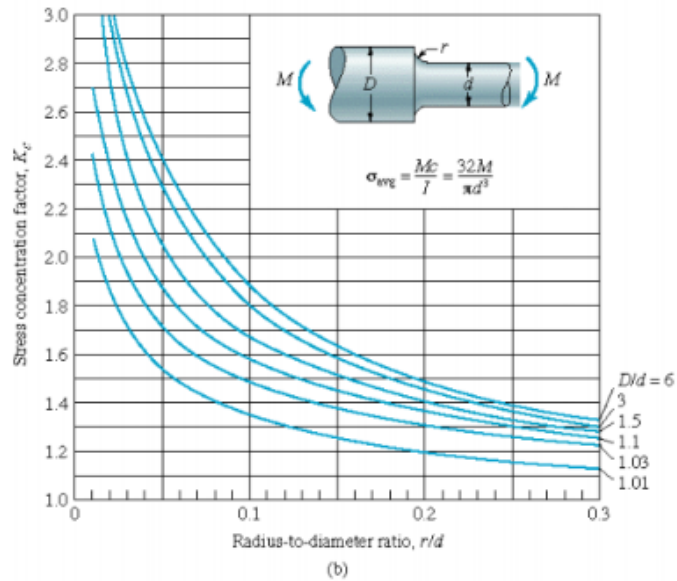
Càrrega axial



Il·lustració 69 Gràfic per trobar el factor de canvi de secció amb esforços axials. Font: assignatura DIMA EEBE

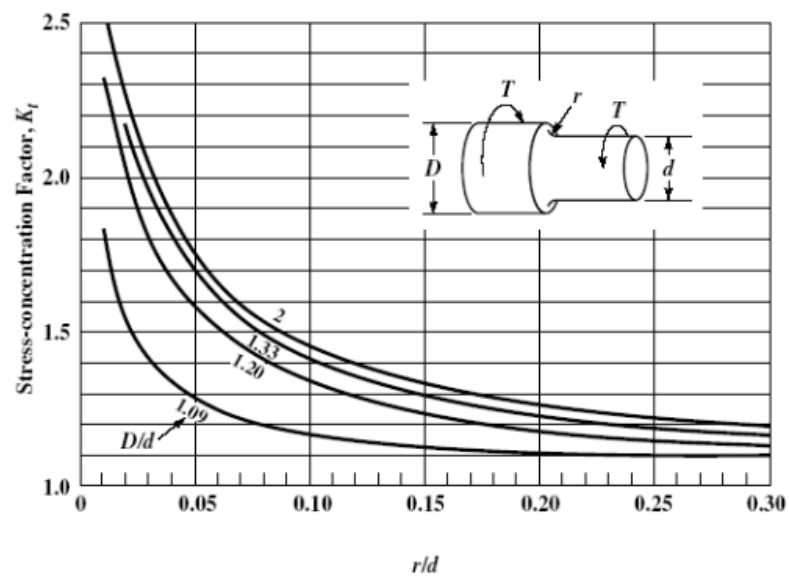
Flexió

Stress Concentrations for Bar with Fillet (cont.)



Il·lustració 70 Gràfic per trobar el factor de canvi de secció a torsió. Font: assignatura DIMA EEBE

Torsió

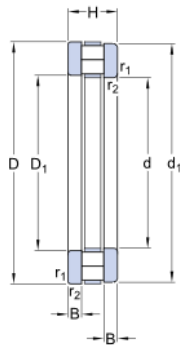


Il·lustració 71 Gràfic per trobar el factor de canvi de secció a torsió. Font: assignatura DIMA EEBE

Annex D

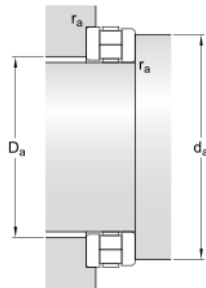
89307 TN

Dimensiones



| | | |
|------------------|--------|----|
| d | 35 | mm |
| D | 68 | mm |
| H | 20 | mm |
| d ₁ | 68 | mm |
| D ₁ | 37 | mm |
| B | 7 | mm |
| r _{1,2} | min. 1 | mm |

Dimensiones de los resaltes



| | | |
|----------------|---------|----|
| d _a | min. 67 | mm |
| D _a | max. 38 | mm |
| r _a | max. 1 | mm |

Datos del cálculo

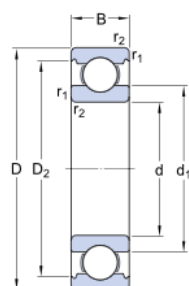
| | | | |
|------------------------------------|----------------|---------|-------|
| Capacidad de carga dinámica básica | C | 62 | kN |
| Capacidad de carga estática básica | C ₀ | 220 | kN |
| Carga límite de fatiga | P _u | 22 | kN |
| Velocidad de referencia | | 2400 | r/min |
| Velocidad límite | | 4800 | r/min |
| Factor de carga axial mínima | A | 0.00387 | |

Masa

| | | | |
|--------------------|--|------|----|
| Rodamiento de masa | | 0.34 | kg |
|--------------------|--|------|----|

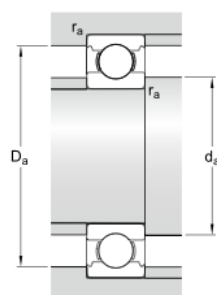
6205 ETN9

Dimensiones



| | | |
|----------------|---------|----|
| d | 25 | mm |
| D | 52 | mm |
| B | 15 | mm |
| d ₁ | ≈ 33.1 | mm |
| D ₂ | ≈ 46.21 | mm |

Dimensiones de los resaltes



| | | | |
|----------------|------|------|----|
| d _a | min. | 30.6 | mm |
| D _a | max. | 46.4 | mm |
| r _a | max. | 1 | mm |

Datos del cálculo

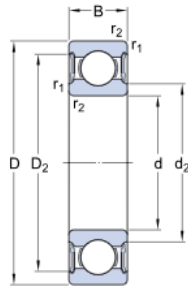
| | | | |
|------------------------------------|----------------|-------|-------|
| Capacidad de carga dinámica básica | C | 17.8 | kN |
| Capacidad de carga estática básica | C ₀ | 9.3 | kN |
| Carga límite de fatiga | P _u | 0.4 | kN |
| Velocidad de referencia | | 28000 | r/min |
| Velocidad límite | | 18000 | r/min |
| Factor de cálculo | k _r | 0.025 | |
| Factor de cálculo | f ₀ | 13 | |

Masa

| | | | |
|--------------------|--|------|----|
| Rodamiento de masa | | 0.12 | kg |
|--------------------|--|------|----|

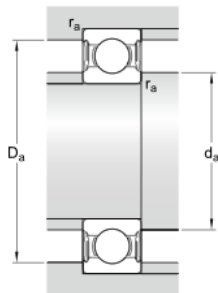
61906-2RS1

Dimensiones



| | | |
|------------------|----------|----|
| d | 30 | mm |
| D | 47 | mm |
| B | 9 | mm |
| D ₂ | ≈ 42.7 | mm |
| r _{1,2} | min. 0.3 | mm |

Dimensiones de los resaltes



| | | |
|----------------|----------|----|
| d _a | min. 32 | mm |
| d _a | max. 34 | mm |
| D _a | max. 45 | mm |
| r _a | max. 0.3 | mm |

Datos del cálculo

| | | | |
|------------------------------------|----------------|-------|-------|
| Capacidad de carga dinámica básica | C | 7.28 | kN |
| Capacidad de carga estática básica | C ₀ | 4.55 | kN |
| Carga límite de fatiga | P _u | 0.212 | kN |
| Velocidad límite | | 8500 | r/min |
| Factor de cálculo | k _r | 0.02 | |
| Factor de cálculo | f ₀ | 14.4 | |

Masa

| | | |
|--------------------|-------|----|
| Rodamiento de masa | 0.051 | kg |
|--------------------|-------|----|